VIJNANA PARISHAD ANUSANDHAN PATRIKA

THE RESEARCH JOURNAL OF THE HINDI SCIENCE ACADEMY

विज्ञान परिषद् अनुसन्धान पत्रिका

Vol. 35 July 1992 No. 3

[कौंसिल आफ साइंस एण्ड टेकनॉलाजी उत्तर प्रदेश तथा
कौंसिल आफ साइंटिफिक एण्ड इण्डस्ट्रियल रिसर्च
नई दिल्ली के आर्थिक अनुदान द्वारा प्रकाशित]

विषय-सूची

Vijnana Parishad Anusandhan Patrika, Vol. 35, No. 3, 1992

स्वचतुर्गुणित मटर में बीजोत्पादन एवं प्रोटीन पर विभिन्न नाइट्रोजन स्तरों का अध्ययन

फणीन्द्र सिंह तथा बनारसी यादव
आनुवांशिकी एवं पादप प्रजनन विभाग,
कृषि विज्ञान संस्थान, बनारस हिन्दू विश्वविद्यालय, वाराणसी

[प्राप्त—जुलाई 7, 1991]

सारांश

प्रस्तुत शोध में मटर की दो विभिन्न प्रजातियों (टी-163 तथा 5064-एस) की द्विगुणित एवं स्वचतुर्गुणित स्थिति में बीजोत्पादन, उसके विभिन्न कारक एवं प्रोटीन की मात्रा पर नाइट्रोजन प्रयोग का अध्ययन किया गया है। मटर की स्वचतुर्गुणित स्थिति पर 100-बीज भार (टी०-163-18.31% तथा 5064-एस 19.34%) तथा प्रोटीन की मात्रा में (टी०-163 19.03% तथा 5064-एस 11.73%), वृद्धि हुई जबकि अन्य कारकों में ह्रास पाया गया। नाइट्रोजन का प्रयोग करने पर (40 किलोग्राम नाइट्रोजन प्रति हेक्टेयर) द्विगुणित स्तर पर 100-बीज भार एवं प्रोटीन में क्रमश: 16.16 तथा 12.20 प्रतिशत बढ़ोत्तरी पायी गयी, जबकि स्वचतुर्गुणित स्तर पर 100-बीज भार एवं प्रोटीन में क्रमश: 21.16 तथा 12.82 प्रतिशत बढ़ोत्तरी पायी गयी। प्रयोग से प्राप्त परिणाम यह दर्शाते हैं कि नाइट्रोजन के प्रयोग से बीजोत्पादन एवं प्रोटीन की मात्रा में बढ़ोत्तरी सम्भव है।

Abstract

Study of different levels of nitrogen on seed yield and protein content in induced autotetraploids of pea (Pisum sativum L.). *By* F. Singh and B. Yadav, Department of Genetics and Plant Breeding, Institute of Agricultural Science, B.H.U., Varanasi.

The present investigation was undertaken with a view to study of the effect of nitrogen application on yield, yield attributes and total seed protein in two diverse cultivars of pea (T-163 and 5064-S) on diploid and autotetraploid levels. Chromosome doubling was associated with an increase in 100 seed weight (18.31% in T-165

and 19.34% in 5064-S) and protein content (19.03% in T-163 and 11.73% in 5064-S) while other traits exhibited the negative effects. Nitrogen application (N_{40}) increased 100 seed weight by 16.16 and 21.16 per cent and protein content by 21.20 and 12.82 per cent at diploid and autotetroploid levels respectively. The result demonstrated the existence of scope of seed and protein yield through nitrogen application by improvement in various yield components.

सामान्यतः यह देखा गया है कि स्वचतुर्गुणित पौधों में द्विगुणित पौधों की अपेक्षा 100-बीजभार एवं प्रोटीन की मात्रा में बढ़ोत्तरी पायी जाती है[1, 12] परन्तु कुल प्रोटीन उत्पादन में काफी कमी आ जाती है।[1] कुल प्रोटीन उत्पादन में यह कमी मुख्यतः बीजोत्पादन में भयंकर कमी के कारण होती है। बीजोत्पादन में यह कमी मात्र 100-बीजभार में बढ़ोत्तरी से पूरा हो पानी असम्भव है। इस प्रकार सकल प्रोटीन उत्पादन काफी गिर जाता है। प्रायः यह देखा गया है कि आनुवंशिकी[2,3,4,5] एवं फसलोत्पादन के मुख्य अवयव (मुख्यतः नाइट्रोजन[6,7,8]) प्रोटीन उत्पादन को काफी प्रभावित करते हैं। यद्यपि स्वचतुर्गुणित दलहनों में बीजोत्पादन एवं उसके मुख्य कारकों में सुधार द्वारा प्रोटीन उत्पादन में बढ़ोत्तरी पर बहुत कम कार्य हुआ है, फिर भी नाइट्रोजन की उचित मात्रा का प्रयोग काफी सार्थक सिद्ध हो सकता है। अतः प्रस्तुत शोध में मटर के द्विगुणित एवं स्वचतुर्गुणित स्तर पर नाइट्रोजन के प्रयोग का अध्ययन किया गया।

प्रयोगात्मक

प्रस्तुत शोध के लिए कोल्चीसीन द्वारा उत्पादित स्वचतुर्गुणित तथा द्विगुणित मटर की दो प्रजातियों, टी-163 तथा 5064-एस का प्रयोग किया गया। दोनों प्रजातियों के द्विगुणित एवं स्वचतुर्गुणित बीजों की बुआई दो प्रतिकृतियों में कृषि अनुसन्धान प्रक्षेत्र, (कृषि विज्ञान संस्थान काशी हिन्दू विश्वविद्यालय वाराणसी) में की गयी। अध्ययन के उद्देश्य से नाइट्रोजन के दो विभिन्न स्तरों—0 किलोग्राम नाइट्रोजन (N_0) तथा 40 किलोग्राम नाइट्रोजन प्रति हेक्टेयर (N_{40}) का प्रयोग किया गया। आपस में पंक्तियों की दूरी 60 सेन्टीमीटर तथा पौध से पौध की दूरी 15 सेन्टीमीटर रखी गयी। फसल को आवश्यक पोषण प्रदान करने हेतु फास्फोरस की 40 किलोग्राम मात्रा प्रति हेक्टेयर प्रयोग की गयी। अच्छी फसल उगाने हेतु सभी आवश्यक शस्य क्रियायें की गयीं। फसल पकने पर प्रत्येक प्रतिकृति से प्रति उपचार बीजोत्पादन एवं उसके मुख्य कारकों पर आँकड़े लिये गये। बीजों में प्रोटीन की मात्रा हम्फ्रीज[9] द्वारा सुझायी गयी जेल्डाल विधि से निकाली गयी। बीजोत्पादन, उसके मुख्य कारकों तथा प्रोटीन पर लिये गये आँकड़ों का संगणन नेडेकर तथा कोचरान[10] के सूत्र द्वारा किया गया।

परिणाम तथा विवेचना

प्रजातियों पर स्वचतुर्गुणन का प्रभाव

प्रयोग से प्राप्त परिणाम यह दर्शाता है कि मटर की स्वचतुर्गुणित अवस्था में द्विगुणित अवस्था की अपेक्षा बीजोत्पादन में काफी कमी (टी-163 में 69.74% तथा 5064-एस में 79.95%) पायी

सारणी 1

मटर के बीजोत्पादन, उसके विभिन्न कारकों तथा प्रोटीन पर स्वचतुर्गुण का प्रभाव

कारक	प्रजातियों पर गुणसूत्र संख्या स्तर का प्रभाव*			
	टी-163		5064-एस॰	
	द्विगुणित (2^n)	चतुर्गुणित (4^n)	द्विगुणित (2^n)	चतुर्गुणित (4^n)
पौध की लम्बाई (सेमी॰)	122.53	122.00(−0.43)	115.68	105.93(−8.43)
प्रति पौध कुल शाखाओं की संख्या	15.30	8.48(−14.61)	19.50	8.68(−55.51)
प्रति पौध फलियों की संख्या	5.10	4.30(−1563)	4.53	4.70(+3.87)
प्रति फली बीजों की संख्या	4.60	2.20(−52.17)	3.33	2.20(−33.83)
100-बीज भार (ग्राम)	21.08	23.75(+18.31)	13.58	16.20(−19.34)
प्रति पौध बीजोत्पादन (ग्राम)	9.50	2.88(−69.74)	10.10	2.03(−79.95)
बीजों में कुल प्रोटीन की मात्रा (%)	24.70	29.40(+19.07)	30.05	33.58(+11.73)

*कोष्ठक में दिया गया मान स्वचतुर्गुणित स्तर पर द्विगुणित के सापेक्ष बढ़ोत्तरी (+) अथवा ह्रास (—) दर्शाता है।

सारणी 2

मटर की विभिन्न प्रजातियों पर नाइट्रोजन का प्रभाव

कारक	प्रजातियों पर नाइट्रोजन स्तर का प्रभाव*			
	टी 163		5064-एस०	
	0 नाइट्रोजन स्तर (N_0)	40 नाइट्रोजन स्तर (N_{40})	0 नाइट्रोजन स्तर (N_0)	40 नाइट्रोजन स्तर (N_{40})
पौध की लम्बाई (से० मी०)	116.37	128.15 (10.12)	109.88	111.73 (1,68)
प्रति पौध प्राथमिक शाखाओं की संख्या	3.28	4.53 (38.17)	2.55	3.63 (42.16)
प्रति पौध फलियों की संख्या	10.98	12.80 (16.63)	12.55	15.63 (24.50)
प्रति फली बीजों की संख्या	3.05	3.75 (22.95)	2,58	2.95 (14.56)
100-बीज भार (ग्राम)	21.55	22.28 (3.36)	13.90	15.88 (14.20)
प्रति पौध बीजोत्पादन	5.73	6.65 (16.16)	5.20	6.93 (33.16)
बीजों में कुल प्रोटीन की मात्रा (%)	26.75	27.35 (2.24)	31.08	32.55 (4.73)

*कोष्ठक में दिया गया मान शून्य नाइट्रोजन स्तर पर 40 नाइट्रोजन स्तर का प्रयोग पर बढ़ोत्तरी (%) दर्शाता है।

सारणी 3

मटर की विभिन्न प्रजातियों पर गुणसूत्र संख्या द्विगुणन का प्रभाव

कारक	द्विगुणित (2^n)				चतुर्गुणित (4^n)			
	टी-163		5064-एस०		टी-163		5064-एस०	
	0 नाइट्रोजन स्तर (N_0)	40 नाइट्रोजन स्तर (N_{40})	0 नाइट्रोजन स्तर (N_0)	40 नाइट्रोजन स्तर (N_{40})	0 नाइट्रोजन स्तर (N_{40})	40 नाइट्रोजन स्तर (N_{40})	0 नाइट्रोजन स्तर (N_0)	40 नाइट्रोजन स्तर (N_{40})
100-बीजभार (ग्राम)	19.90	20.25	12.10	14.25	23.20	24.30	14.90	17.50
प्रतिपौध बीजोत्पादन (ग्राम)	8.60	10.40	8.40	11.80	2.85	2.90	2.00	2.05
प्रोटीन प्रतिपौध (ग्राम)	2.11	2.58	2.52	3.56	0.83	0.87	0.64	0.72

सारणी 4

विभिन्न गुणसूत्र संख्या पर नाइट्रोजन का प्रयोग का प्रभाव

कारक	नाइट्रोजन स्तर एवं गुणसूत्र संख्या का प्रभाव*			
	0 नाइट्रोजन स्तर (N_0)		40 नाइट्रोजन स्तर (N_{40})	
	द्विगुणित (2^n)	चतुर्गुणित (4^n)	द्विगुणित (2^n)	चतुर्गुणित (4^n)
पौध की लम्बाई (सेमी०)	115.85	110.40 (−4.70)	122.35	117.35 (−3.94)
प्रति पौध प्राथमिक शाखाओं की संख्या	3.13	2.70 (−13.60)	5.18	2.97 (−40.51)
प्रति पौध फलियों की संख्या	15.28	8.15 (−46,99)	19.44	9.00 (−53.67)
प्रति फली बीजों की संख्या	3.86	1.75 (−54.84)	4.05	2.65 (−34.57)
100-बीजभार (ग्राम)	16.40	19.05 (+16.16)	17.25	20.90 (+21.16)
प्रति पौध बीजोत्पादन (ग्राम)	8.50	2.22 (−71.47)	11.10	2.48 (−77.70)
बीजों में कुल प्रोटीन की मात्रा (%)	27.25	30.57 (+12.20)	27.50	31.03 (+12.82)

* कोष्ठक में दिया गया मान विभिन्न नाइट्रोजन स्तर पर स्वचतुर्गुणित में द्विगुणित के सापेक्ष (%) बढ़ोत्तरी (+) या ह्रास (−) दर्शाता है।

गयी। बीजोत्पादन में इस प्रकार की कमी का मुख्य श्रेय उसके विभिन्न कारकों में ह्रास है। केवल 100-बीजभार को छोड़कर, जिसमें दोनों प्रजातियों (टी-163 तथा 5064-एस) में स्वचतुर्गुणित स्तर पर क्रमश: 18.31 तथा 19.34 प्रतिशत बढ़ोत्तरी पायी गयी शेष सभी मुख्य कारकों में ह्रास आहु (सारणी 1)। स्वचतुर्गुणित अवस्था में द्विगुणित अवस्था के सापेक्ष प्रोटीन में 19.03% (टी-163) तथा 11.73% (5064-एस) की बढ़ोत्तरी पायी गयी। इसी प्रकार के परिणाम विभिन्न फसलों पर (मटर[1], मेडीकागो सटाइवा[11] तथा कुसुम[12]) स्वचतुर्गुणित अवस्था में इसके पूर्व प्रयोगों में पाया गया है।

प्रजातियों पर नाइट्रोजन प्रयोग का प्रभाव

द्विगुणित स्तर पर नाइट्रोजन प्रयोग से विभिन्न प्रजातियों पर बीजोत्पादन, उसके मुख्य कारकों एवं प्रोटीन में अलग-अलग बढ़ोत्तरी इसके प्रजाति-विशिष्ट गुण को दर्शाता है (सारणी 2)। 40 किलोग्राम नाइट्रोजन प्रति हेक्टेयर प्रयोग से बीजोत्पादन (टी-163 में 16.16% तथा 5064-एस में 33.16%) तथा प्रोटीन (टी-163 में 2.24% तथा 5064-एस में 4.73%) में बढ़ोत्तरी हुई। यह बढ़ोत्तरी सम्भवत: बीजोत्पादन के मुख्य कारकों में सुधार के फलस्वरूप हुई।

द्विगुणित एवं स्वचतुर्गुणित स्तर पर नाइट्रोजन का प्रभाव

नाइट्रोजन के प्रयोग से द्विगुणित एवं स्वचतुर्गुणित, दोनों स्तरों पर बीजोत्पादन तथा प्रोटीन में बढ़ोत्तरी हुई (सारणी 3 तथा 4)। स्वचतुर्गुणित अवस्था में नाइट्रोजन के प्रयोग से प्रति पौध कुल प्रोटीन उत्पादन दोनों प्रजातियों में काफी अधिक हुआ (सारणी 4)।

प्रयोग से प्राप्त आँकड़े यह दर्शाते हैं कि नाइट्रोजन प्रयोग से बीजोत्पादन के विभिन्न कारकों में सुधार हुआ जिससे अन्तत: अधिक बीजोत्पादन सम्भव हो सका। यद्यपि 40 किलोग्राम प्रति हेक्टेयर नाइट्रोजन का प्रयोग, दलहनों में संस्तुत मात्रा (20 किलोग्राम प्रति हेक्टेयर) से बहुत अधिक है, किन्तु इससे बीजोत्पादन के विभिन्न कारकों—प्रति पौध शाखाओं की संख्या, फलियों की संख्या एवं प्रतिफली बीजों की संख्या में काफी वृद्धि हुई।

प्रस्तुत अध्ययन में नाइट्रोजन के प्रयोग से प्रोटीन उत्पादन में बढ़ोत्तरी काफी महत्व रखती है। इसी प्रकार का परिणाम अन्य वैज्ञानिकों द्वारा विभिन्न फसलों पर द्विगुणित स्तर पर पाया गया है[6,7]। यदि नाइट्रोजन प्रयोग से पौधों में फलियों की संख्या तथा फलियों में बीजों की संख्या में सुधार लाया जाय तो स्वचतुर्गुणित स्तर पर यह काफी महत्वपूर्ण सिद्ध हो सकता है।

कृतज्ञता-ज्ञापन

लेखकों में फणीन्द्र सिंह प्रस्तुत शोध के लिए आवश्यक सामग्री प्रदान करने के लिए डॉ० हृदय कुमार तथा डॉ० मर्सीकुट्टी, वी० सी० के आभारी हैं।

निर्देश

1. मर्सीकुट्टी, वी॰ सी॰; पी-एच॰ डी॰ थीसिस (एग्रीकल्चर), बनारस हिन्दू यूनिवर्सिटी, बाराणसी, 1983
2. चैपमैन, एस॰ आर॰ तथा मैकनील, एफ॰ एच॰, क्राप साइंस, 1970 10 , 45-46
3. जानसन, वी॰ ए॰, स्मिट, जे॰ डब्लू॰, मैटर्न, पी॰ जे॰ तथा हैनाल्ड, ए॰, क्राप साइंस, 1963, 3, 7-10
4. कुमार, एच॰, पी-एच॰डी॰ थीसिस (एग्रीकल्चर), बनारस हिन्दू यूनिवर्सिटी, वाराणसी, 1973
5. स्वामीनाथन, एम॰ एस॰, नायक, एम॰ एस॰, कौल ए॰के॰ तथा आस्टिन, ए॰, इण्डियन जर्न॰ एग्री॰ साइंस, 1971, 41, 393-406
6. क्राप, एल॰ आई॰ तथा हैंगमन, आर॰ एच॰, क्राप साएंस, 1970, 10, 280-285
7. जानसन, वी॰ ए॰, ड्रायर, ए॰ एफ॰ तथा ग्राबस्की, पी॰ एच॰, एग्रो॰ जर्न॰ 1973, 65, 259-263
8. हक्लस्बी, डी॰ पी॰, ब्रान, सी॰ एम॰, हावेल, जे॰ ई॰ तथा हैंगमन, आर॰ एच॰, ऐग्रो॰ जर्न॰ 1971, 63, 274-276
9. हम्फ्रीज, ई॰ सी॰, पीच, के॰ तथा ट्रैफरी, एम॰, वी॰, 1954
10. नेडेकर, जी॰ डब्ल्यू॰ तथा कोचरान, डब्ल्यू॰ जी॰, आक्सफोर्ड आई॰ बी॰ एच॰ पब्लिशिंग कम्पनी (छठा संस्करण) 1967
11. अब्दुल अजीज, एच॰एम॰, रिसर्च बुलेटिन (एग्रीकल्चर) ऐन शाम्स यूनिवर्सिटी, 1979, 1059
12. यादव, बी॰, पी-एच॰ डी॰ थीसिस (एग्रीकल्चर), बनारस हिन्दू यूनिवर्सिटी, वाराणसी, 1989

Vijnana Parishad Anusandhan Patrika, Vol. 35, No. 3, 1992

ढुलाई वाली सड़कों के लिए सुनम्य कुट्टिम अभिकल्प की नई विधि का विकास

आई० आर० आर्य तथा एम० सी० हरित

केन्द्रीय सड़क अनुसन्धान संस्थान, नई दिल्ली-20

[प्राप्त—फरवरी 7, 1992]

सारांश

किसी भी देश के औद्योगिक विकास में कोयले का महत्वपूर्ण स्थान है। इस तथ्य को ध्यान में रखते हुए कोयले का उत्पादन बढ़ाना आवश्यक है, जिससे बढ़ी हुई आवश्यकताएँ पूरी हो सकें। कोयले के अधिक उत्पादन के लिये अधिक-श्रमता वाले डम्परों का होना आवश्यक है तथा इनके लिये उपयोग में आने वाली सड़कों में सुधार लाना अति आवश्यक है। केन्द्रीय सड़क अनुसन्धान संस्थान, नई दिल्ली ने 35, 50, 85, 120 और 170 टन क्षमता वाले डम्परों के लिये उपयुक्त सुनम्य कुट्टिम की मोटाई तथा कुट्टिम के नीचे सहायक वर्ग की मिट्टी की शक्ति में सम्बन्ध स्थापित करने के लिये एक नई विधि का विकास किया है, जिसकी विवेचना प्रस्तुत प्रपत्र में की गई है।

Abstract

Development of flexible pavement design method for Haul roads. *By* I. R. Arya and M. C. Harit, Central Road Research Institute, New Delhi-20

Coal plays an important role in the industrial development of any country. Keeping in view the extensive developmental activities, greater output of coal from coal mines has become necessary in order to meet the increased demand. Due to increased production of coal, dumpers of higher capacities came into operation in the coal mine areas which required upgrading the road network.

The Central Road Research Institute has developed a method for the design of flexible pavement for operation of heavy duty dumpers of capacities 35, 50, 85, 120 and 170 tonne by suggesting a method for establishing a relationship between sub-

grade CBR and pavement crust thickness. The method has been described in this paper.

1. प्रस्तावना

1.1 आधुनिक युग में देश के औद्योगिक विकास के लिये शक्ति की उत्तरोत्तर बढ़ती हुई आवश्यकता को ध्यान में रखकर खानों से कोयले के निकास में वृद्धि करना आवश्यक हो गया है। कोयले की खानों से विभिन्न गहराइयों से सर्वप्रथम अधिशायी भार पदार्थ निकाला जाता है। अधिशायी भार पदार्थ पूर्वनिश्चित स्थान पर डम्परों द्वारा ले जाया जाता है। तत्पश्चात् कोयले को डम्परों से बाहर निकाल कर उपयोगकर्ताओं को पहुँचाया जाता है।

1.2 उत्पादन की अधिकता होने के कारण 35 टन क्षमता वाले डम्परों के कम पड़ने के कारण 120 टन, 170 टन क्षमता वाले डम्परों को उपयोग में लाया जा रहा है।

1.3 कोयले की खानों में ढुलाई वाली सड़कें विशेष रोड़ी को डामर में मिलाकर बनाई जाती हैं। इनकी मोटाई आवश्यकतानुसार रखी जाती है। कम भार वाले डम्परों के लिये ये सड़कें लाभकारी होती हैं क्योंकि इन सड़कों के रख-रखाव का खर्च भी अधिक नहीं होता। परन्तु अधिक भार वाले ढुलाई के डम्परों के लिये ये सड़कें अधिक समय तक टिकाऊ नहीं होती हैं तथा इन सड़कों के रख-रखाव तथा इन सड़कों को उपयोग में लाने वाले डम्परों के रख-रखाव में खर्च बहुत अधिक करना पड़ेगा।

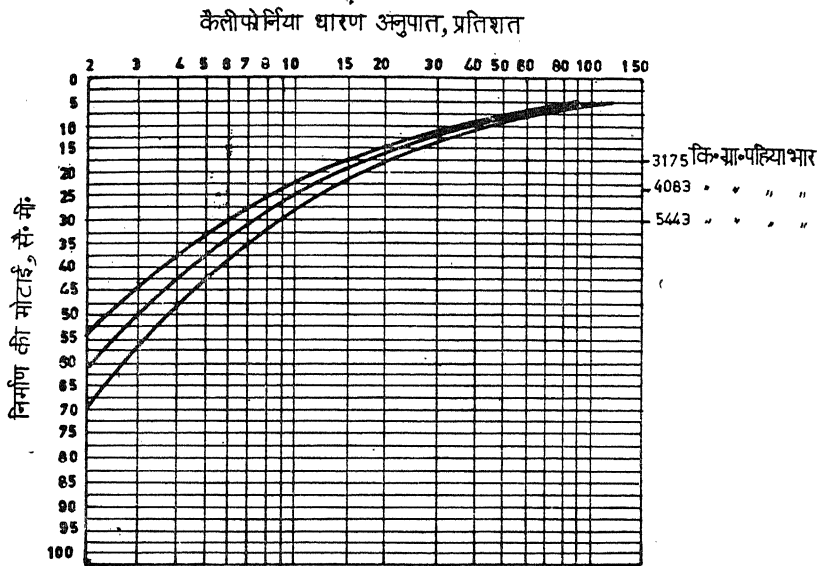
1.4 उपर्युक्त को ध्यान में रखते हुए कोयला खोदने के लिये पूर्ण अभिकल्पित नम्य कुट्टिम ढुलाई वाली सड़कें उन डम्परों के लिये बनानी आवश्यक हैं जिनके पहियों के भार अधिक हैं। परिणामस्वरूप केन्द्रीय सड़क अनुसन्धान संस्थान नई दिल्ली ने 35, 50, 85, 120 और 170 टन क्षमता वाले डम्परों के लिये उपयुक्त नम्य कुट्टिम की मोटाई तथा सहायक वर्ग की मिट्टी की शक्ति में सम्बन्ध स्थापित करने के लिये एक नई विधि विकसित करने का कार्य प्रारम्भ किया। प्रस्तुत पत्र में इस नई विधि की पूर्णरूपेण विवेचना की गई है।

2. कार्य-क्षेत्र

2.1 विभिन्न क्षमता वाले डम्परों के लिये सहायक वर्ग की मिट्टी की शक्ति तथा नम्य कुट्टिम की मोटाई में सम्बन्ध स्थापित करने में निम्नलिखित तीन मुख्य दशाओं पर पूर्ण विवेचन करना आवश्यक है।

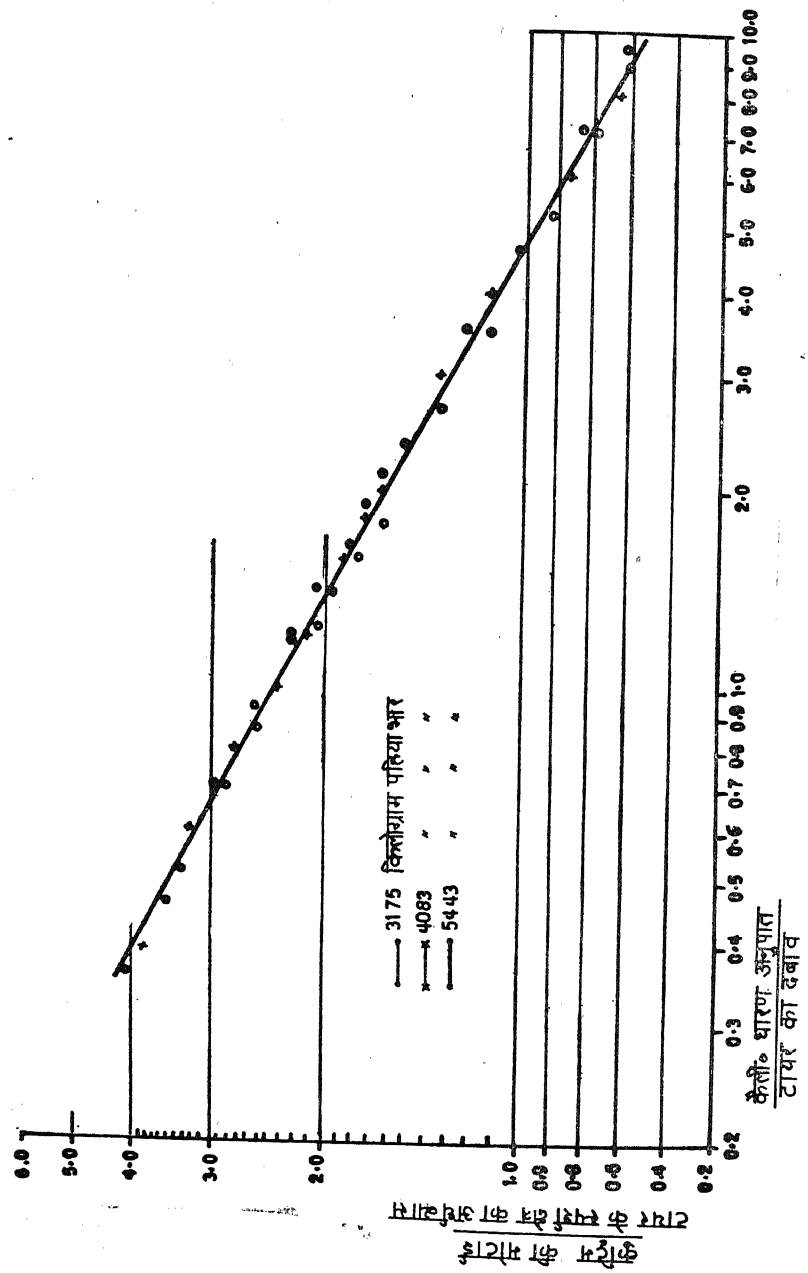
(अ) नम्य कुट्टिम की मोटाई, मिट्टी का कैलिफोर्निया धारण अनुपात, टायर स्पर्श क्षेत्र और टायर के वायु दबाव में एक-सा सम्बन्ध स्थापित करना। इस अवस्था में टायर स्पर्श क्षेत्र और वायु दबाव का सम्बन्ध डम्पर के पहिये के भार से सम्बन्धित हैं।

(आ) समान झुकाव सिद्धांत पर आधारित विभिन्न क्षमता वाले डम्परों के पहियों के "एक समान पहिया भार" की गणना।

(इ) (अ) तथा (आ) को ध्यान में रखते हुए विभिन्न क्षमता वाले डम्परों के लिये कैलिफोर्निया धारण अनुपात तथा नम्य कुट्टिम की मोटाई में सम्बन्ध स्थापित करना।

चित्र 1 : कैलीफोर्निया राजमार्ग विभाग द्वारा बनायी गयी कैलीफोर्निया धारण अनुपात की अभिकल्पित रेखायें

3. नम्य कुट्टिम की मोटाई, मिट्टी का कैलिफोर्निया धारण अनुपात, टायर स्पर्श क्षेत्र तथा टायर के वायु दबाव में सम्बन्ध स्थापित करना।

3.1 4.2, 4.9 और 5.6 किलोग्राम प्रति वर्गसेन्टीमीटर वायु दबाव के टायरों के लिये जिनका कैलीफोर्निया धारण अनुपात क्रमशः 3.2, 4.1 और 5.4 टन क्षमता के लिये नम्य कुट्टिम की मोटाई तथा मिट्टी के कैलिफोर्निया धारण अनुपात में सम्बन्ध देखने के लिये वक्र रेखायें पहिये के भार के लिये बहुत उपयोगी हैं।

3.2 चित्र (2) की बल विभाजित रेखाओं को फोस्टर तथा आहल्विन के चार्टानुसार चित्र (2) में दोबारा लघुगणकीय पद्धति द्वारा बनाया। इसमें y अक्ष पर नम्य कुट्टिम की मोटाई "म" का टायर स्पर्श क्षेत्र का अर्धव्यास "र" से सम्बन्ध तथा x अक्ष पर टायर का वायु दबाव और कैलिफोर्निया धारण अनुपात का सम्बन्ध दर्शाया गया है। इस प्रकार दो अनित्यों द्वारा एक सरल रेखा बनती है। इस सरल रेखा की सहायता से विभिन्न कैलिफोर्निया धारण अनुपात

चित्र 2 : कैलिफोर्निया धारण अनुपात टायर का दबाव और कुट्टिम की मोटाई स्पर्श क्षेत्र के अर्धव्यास में सम्बन्ध

के किसी भी पहिये के भार, टायर स्पर्श क्षेत्र तथा टायर के वायु दबाव के लिये नम्य कुट्टिम की मोटाई निश्चित करना सम्भव है ।

4. विभिन्न क्षमता वाले डम्परों का एकसमान पहिया-भार की गणना

4.1 फोस्टर तथा आहल्बिन द्वारा निर्मित समीकरण द्वारा एकसमान पहिया-भार का गणन किया जा सकता है । इस समीकरण में भी फोस्टर तथा आहल्बिन ने समान झुकाव के सिद्धान्त को अपनाया है ।

$$\sqrt{(\text{भ}_1)}\ (\text{क}_1) = \sqrt{(\text{भ}_2)}\ (\text{क}'_2 + \text{क}''_2)$$

जहाँ (भ_1) कल्पित एक टायर का सम्पूर्ण भार जो द्वि-पहिया समूह के दो टायरों का शेष प्रभाव प्रदर्शित करता है ।

(भ_2) द्वि-पहिया समूह के प्रत्येक टायर पर सम्पूर्ण भार ।

(क_2) कल्पित एक टायर का निर्णायक गुणक ।

($\text{क}'_2$) द्वि-पहिया समूह के एक टायर द्वारा अंशदान निर्णायक गुणक ।

($\text{क}''_2$) द्वि-पहिया समूह के दूसरे टायर द्वारा अंशदान निर्णायक गुणक ।

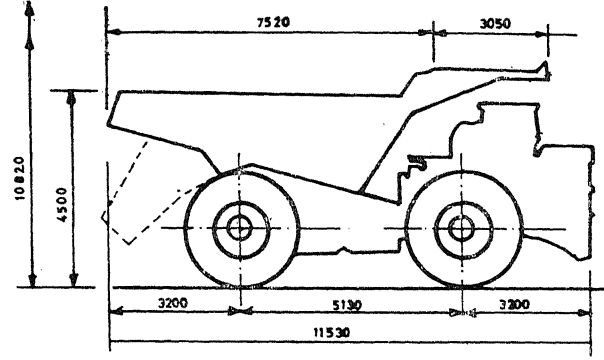
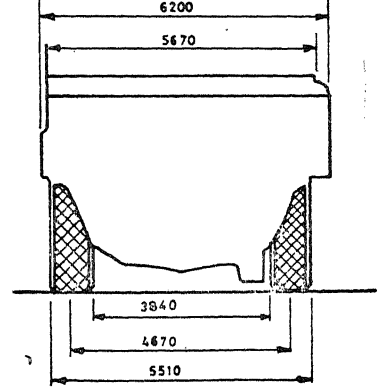
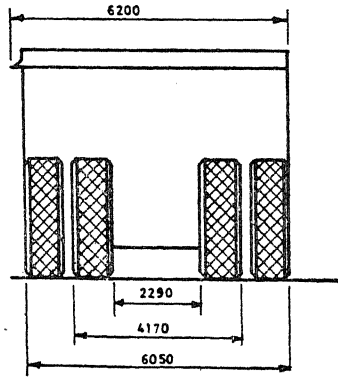
4.2 120 टन क्षमता के डम्पर चित्र (3) के लिये एक विशेष उदाहरण से इस गणना को दर्शाया जा सकता है ।

सारणी 1

डम्पर की क्षमता, टन	द्वि-पहिया समूह के प्रत्येक टायर पर सम्पूर्ण भार, किलो		टायर का दबाव किलो प्रति वर्ग से० मी०	टायर की मोटाई से० मी०	दो टायरों के केन्द्र से केन्द्र की दूरी से० मी०
	भारयुक्त	भार हीन			
35	9100	2600	4.9	52.1	58,8
50	13300	4400	6,3	57.9	68.8
85	21800	6900	6.3	72.9	81.8
120	31600	11100	6.3	83.8	104.0
170	42600	13200	6.3	100.0	120.7

120 टन क्षमता वाले डम्पर द्वारा उदाहरण प्रदर्शित करने के लिये कुट्टिम की कल्पित मोटाई "म" 100 सेन्टीमीटर है । इस प्रकार क का मान सूत्र

$$क_3 = \frac{1.5}{\sqrt{(1+(म/र)^2}}$$ से प्राप्त किया जा सकता है।

प्रस्तुत सूत्र में स्पर्श क्षेत्र का अर्धव्यास "र" को $\sqrt{(भ_1/दπ)}$ से प्राप्त किया जा सकता है। इसमें $भ_1$ द्वि-पहिया समूह के प्रत्येक टायर द्वारा कल्पित सम्पूर्ण भार तथा "द" टायर में वायु दबाव है।

भार वितरण	भारहीन	भार युक्त
सामने का धुरा	353[illegible] कि०	63350 कि०
पीछे का धुरा	45473 कि०	126361 कि०

चित्र 3 : 120 टन के डम्पर का स्केच

सारणी 2 के लिये "$क_3$" और $\sqrt{भ_1}$ ($क_3$) के मान का गणन किया जा सकता है। इसके लिये $भ_1$ का मान 35000 से 75000 किलोग्राम रखा गया है।

सारणी 2

$भ_1$	र	म/र	$क_3$	$भ_1$ ($क_3$)
35000	41.9	2.39	0.57	108.5
40000	44.8	2.23	0.61	122.0
45000	47.6	2,10	0.64	135.8
50000	50.1	1.99	0,67	1498
55000	52.5	1.90	0.70	164.2
60000	54.9	1.82	0.72	176.4
65000	57.1	1.75	0.74	188.7
70000	59.3	1.69	0.76	201.0
75000	61.4	1.64	0.78	213.6

$भ_1$ तथा $\sqrt{भ_1}$ ($क_3$) के मानों को लेकर चित्र (4) की रचना की जिसकी सहायता से एक समान पहिये का भार ज्ञात किया जा सकता है।

4.3 द्वि-पहिया समूह के प्रत्येक टायर पर सम्पर्ण भार $भ_2$ के लिए माना कि

टायर के स्पर्श क्षेत्र का अर्धव्यास "र" =40 सेन्टीमीटर

द्वि-पहिया समूह के दो टायरों के केन्द्र की दूरी "फ" =104 सेन्टीमीटर

समूह के केन्द्र पर क्षतिपूर्ति दूरी जोकि "फ" तथा 2 र का अनुपात है।

$$=\frac{104}{2\times40}$$

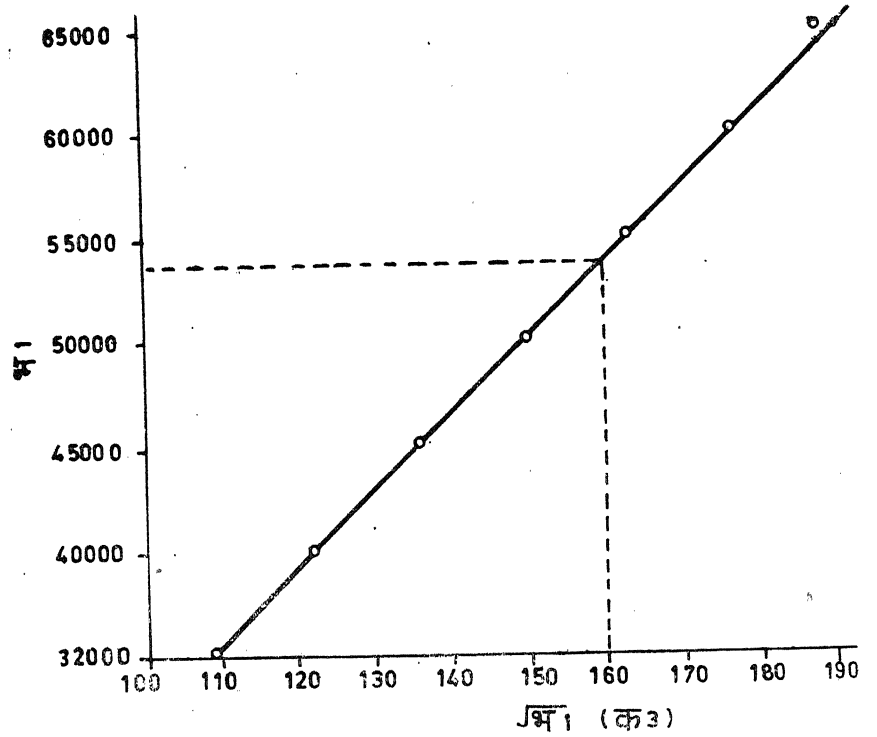
$$=1.3$$

कल्पित कुट्टिम की मोटाई 100 सेन्टीमीटर के लिये गिर्णायक गुणक $क_2$ अथवा $क''_2$ का मान 0.45 चित्र (4) से प्राप्त किया जाता है। इसमें क्षतिपूर्ति दूरी 1·3 तथा कुट्टिम की मोटाई "म" तथा टायर के स्पर्श क्षेत्र के अर्धव्यास का अनुपात 2.5 है।

इस प्रकार $\sqrt{भ_2}$ ($क'_2 \times क''_2$) का मान

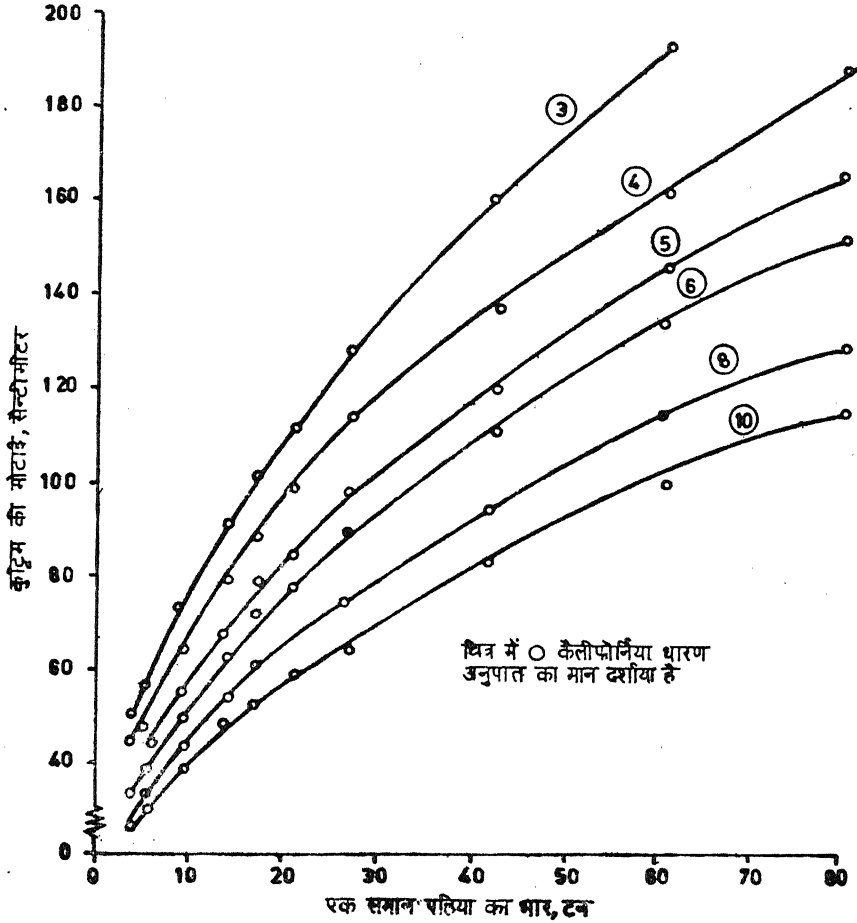
$$=\sqrt{(31600)}\ (0.45+0.45)$$

$$=160$$

चित्र (4) की सहायता से $भ_1$ का मान 53500 किलोग्राम होता है। तत्पश्चात् इस मान की सहायता से कल्पित कुट्टिम की 100 सेन्टीमीटर मोटाई के लिये निर्णायक एकसमान पहिया का भार ज्ञात किया जा सकता है। कुट्टिम की मोटाई 75 सेन्टीमीटर से 200 सेन्टीमीटर मानकर एकसमान पहिये का भार ज्ञात किया जो कि सारणी 3 में दर्शाया गया है।

चित्र 4 : $भ_1$ और $\sqrt{भ_1}$ (क3) में सम्बन्ध

सारणी 3

कुट्टिम की मोटाई म से० मी०	एक समान पहिये का भार $भ_1$ किलोग्राम
75	49000
100	53500
125	57700
150	60600
175	60700
200	60800

उपर्युक्त सारणी से स्पष्ट है कि जैसे-जैसे कुट्टिम की मोटाई बढ़ती जाती है तो एकसमान पहिये का भार भी बढ़ जाता है। ऐसा केवल एक विशेष अवस्था तक ही होता है उसके बाद एकसमान पहिये के भार में कोई विशेष परिवर्तन नहीं होता। इस सारणी से स्पष्ट है कि 120 टन क्षमता के डम्पर के लिये कुट्टिम की 150 से० मीटर मोटाई के लिये एकसमान पहिये का भार 60600 किलोग्राम है। इसी प्रकार विभिन्न क्षमता के लिए गुण-दोष विवेचित विधि से एकसमान पहिये का भार उपरोक्त अनुसार ज्ञात किया जा सकता है। इसको सारणी 4 में दर्शाया गया है।

चित्र 5 : एकसमान पहिये के भार तथा कुट्टिम की मोटाई में सम्बन्ध

सारणी 4

डम्पर क्षमता टन	भार युक्त डम्पर के लिये गुण दोष विवेचित विधि से कुट्टिम की मोटाई सेन्टीमीटर	भार युक्त डम्पर के लिये एकसमान पहिये का भार, किलोग्राम
35	90	17100
50	105	26009
85	140	42500
120	150	60600
170	180	80500

विभिन्न क्षमता वाले डम्परों के लिये नम्य कुट्टिम की मोटाई तथा कैलिफोर्निया धारण अनुपात में सम्बन्ध स्थापित करने के लिये वक्र रेखाओं का विकास।

120 टन क्षमता के डम्पर के एकसमान पहिये का भार 60600 किलोग्राम है जबकि उसके टायर का वायु दबाव 6.3 किलोग्राम प्रति वर्ग सेन्टीमीटर तथा टायर के स्पर्श क्षेत्र का अर्धव्यास 55.9 सेन्टीमीटर है। चित्र (2) की सहायता से कैलिफोर्निया धारण अनुपात किया जाता है। ऐसा करते समय कुट्टिम की मोटाई तथा स्पर्श क्षेत्र के अर्धव्यास के अनुपात को ध्यान में रखना आवश्यक है। टायर के स्पर्श क्षेत्र के अर्धव्यास का मान ज्ञात होने पर विभिन्न कैलिफोर्निया धारण अनुपात पर नम्य कुट्टिम की मोटाई ज्ञात की जा सकती है। विभिन्न क्षमता वाले डम्परों के लिये विभिन्न कैलिफोर्निया धारण अनुसार को ध्यान में रखकर नम्य कुट्टिम की मोटाई तथा एकसमान पहिये के भार में सम्बन्ध चित्र (5) में दर्शाया गया है।

कृतज्ञता-ज्ञापन

प्रस्तुत प्रपत्र के प्रकाशनार्थ प्रो० डी० वी० सिंह, निदेशक, केन्द्रीय सड़क अनुसन्धान संस्थान, नई दिल्ली, द्वारा अनुमति दिये जाने पर आभार प्रकट किया जाता है।

Vijnana Parishad Anusandhan Patrika, Vol. 35, No. 3, 1992

कार्बनिक पदार्थ और मसूरी राक फास्फेट की उपस्थिति में लेड और आयरन की अन्योन्य अभिक्रियाओं का अध्ययन

शिव गोपाल मिश्र तथा पवन कुमार
शीलाधर मृदा विज्ञान शोध संस्थान,
इलाहाबाद विश्वविद्यालय, इलाहाबाद

[प्राप्त—जनवरी 1, 1992]

सारांश

प्रस्तुत प्रपत्र में कार्बनिक पदार्थ और मसूरी राक फास्फेट की उपस्थिति में कुछ भारी धात्विक तत्वों (लेड और आयरन) का मेथी की फसल पर पड़ने वाले प्रभाव का अध्ययन किया गया। इस अध्ययन के लिए तीन वर्ष पूर्व लेड और आयरन द्वारा उपचारित प्रयोगात्मक क्यारियों में कार्बनिक पदार्थ की दो भिन्न मात्रायें (3 किग्रा० और 5 किग्रा० प्रति क्यारी) और मसूरी राक फास्फेट की भी दो मात्रायें (50 ग्राम व 80 ग्राम प्रति क्यारी) डाली गईं। इन क्यारियों में मेथी की बुआई करके, अंकुरण के 58 दिनों बाद जैवभार (Biomass) ज्ञात किया गया। तत्पश्चात् यह पाया गया कि जो क्यारियाँ लेड और आयरन से पूर्व उपचारित थीं उनमें बाद में कार्बनिक पदार्थ के अकेले प्रयोग करने की अपेक्षा जिन क्यारियों में कार्बनिक पदार्थ के साथ मसूरी राकफास्फेट प्रयुक्त किया गया उनसे प्राप्त जैव भार अधिक था। जबकि मसूरी राक फास्फेट का अकेले प्रयोग करने से उस क्यारी का जैव भार अपेक्षाकृत उस क्यारी के जैव भार से कम पाया गया जहाँ मसूरी राकफास्फेट का प्रयोग कार्बनिक पदार्थ के साथ किया गया। साथ ही यह भी पाया गया कि जिस क्यारी का लेड से पूर्व उपचार किया गया था उसमें जैव भार की मात्रा घटी है; जबकि आयरन द्वारा पूर्व उपचारित क्यारी के जैव भार में वृद्धि हुई। पौधों के रासायनिक विश्लेषण से पाया गया कि जहाँ पर कार्बनिक पदार्थ का प्रयोग किया गया था वहाँ पौधों द्वारा भारी धात्विक तत्वों के अवशोषण में कमी आई परन्तु पादप पोषकों की उपलब्धता बढ़ने के कारण अवशोषण में भी वृद्धि देखी गई जिससे जैव भार में भी पर्याप्त वृद्धि हुई।

Abstract

Effect of interaction of lead and iron in presence of organic matter and rock phosphate on biomass and uptake of heavy metals by fenugreek crop. *By* S. G. Misra

and Pawan Kumar, SheilaDhar Research Institute of Soil Science, University o
Allahabad, Allahabad.

A field trial was conducted to study the effect of Pb and Fe alongwith Mussoorie rock phosphate (M.R.P.) and organic matter on fenugreek crop (Methi). The experimental mini plots already treated by Pb and Fe three years back were again treated with two doses of organic matter (3 Kg and 5 Kg per plot) and two doses of M.R.P. (50 gm and 80 gm per plot). The biomass of fenugreek was recorded after 58 days. It shows that when organic matter and phosphatic material were applied in higher doses, the biomass was increased and plant nutrients availability was also increased but it reduced the availability of Fe and Pb which were applied three years back. It was observed that the biomass of fenugreek is maximum when applied higher doses of organic matter and Mussoorie rock phosphate in combination with lead and iron. Where lead and iron had been applied but no organic matter or phosphatic material was applied, the biomass of fenugreek was less. Organic matter alone increased the biomass and in conjunction with rock phosphate it is likely to increase the value of rock phosphate. Pb has been claimed to be a pollutant but in presence of Fe, addition of organic matter and rock phosphate nullify its toxic effects.

मिट्टी में लेड (Pb) की अधिक मात्रा उपलब्ध होने पर पौधों पर विषाक्त प्रभाव (Toxic effect) पड़ता है जबकि Pb के साथ ही कार्बनिक पदार्थ का प्रयोग किया जाता है तो उसका यह प्रभाव समाप्त हो जाता है क्योंकि कार्बनिक पदार्थों द्वारा विभिन्न जैविक प्रक्रियाओं के फलस्वरूप कार्बनिक अम्ल (ह्यूमिक एवं फल्विक अम्ल) उत्पन्न होते हैं जो लेड के साथ मिलकर जटिल पदार्थों (Complex substances) का निर्माण करते हैं[1] इन्हीं कार्बनिक पदार्थों की उपस्थिति से अतिरिक्त आयरन का प्रभाव भी समाप्त हो जाता है[2] जबकि फास्फेट का आयरन की उपलब्धता पर प्रतिकूल प्रभाव (Antagonistic effect) पड़ता है।

कार्बनिक पदार्थों से उत्पन्न कार्बनिक अम्लों के कारण पौधों की फास्फोरस की प्राप्यता में वृद्धि हो जाती है क्योंकि यह कार्बनिक अम्ल अविलेय फास्फोरस को विलेय फास्फोरस में परिवर्तित कर देते हैं। अतः इस अनुसन्धान कार्य में Pb और Fe की उपस्थिति में पौधों को प्राप्य होने वाले पादप पोषकों पर जो प्रभाव पड़ता है उसमें कार्बनिक पदार्थ तथा राकफास्फेट डालने पर जो परिवर्तन होता होगा उसका पता लगाने के लिए मेथी की फसल उगाकर उसका जैवभार ज्ञात किया गया और इस फसल द्वारा जो भारी तत्व ग्रहीत हुए उनकी मात्रा ज्ञात की गई।

प्रयोगात्मक

शीलाधर मृदा विज्ञान शोध संस्थान के फार्म में तीन वर्ष पूर्व उपचारित (लेड और आयरन की विभिन्न मात्राओं से) क्यारियों पर कार्बनिक पदार्थ (3 किग्रा० व 5 किग्रा० प्रति क्यारी) और मसूरी

सारणी 1

क्रम संख्या	पूर्व उपचार/वर्गमीटर	प्रथम उपचार के तीन वर्ष बाद किये गये उपचार/वर्गमीटर	जैवभार (ग्राम) वर्गमीटर
1.	नियन्त्रण	3 किग्रा० पदार्थ	483.00
2.	100 पी० पी० एम० लेड	3 किग्रा० कार्बनिक पदार्थ+ 80 ग्राम म० रा० फा०	230.00
3.	200 पी० पी० एम० लेड	3 किग्रा० कार्बनिक पदार्थ+ 50 ग्राम म० रा० फा०	373.33
4.	20 पी० पी० एम० आयरन	5 किग्रा० कार्बनिक पदार्थ+ 50 ग्राम म० रा० फा०	490.00
5.	40 पी० पी० एम० आयरन	5 किग्राम कार्बनिक पदार्थ	260.00
6.	100 पी० पी० एम० लेड+ 20 पी० पी० एम० आयरन	80 ग्राम म० रा० फा०	350.00
7.	100 पी० पी० एम० लेड+ 40 पी० पी० एम० आयरन	5 किग्रा० कार्बनिक पदार्थ 80 ग्राम म० रा० फा०	630.00
8.	200 पी० पी० एम० लेड+ 20 पी० पी० एम० आयरन	कोई उपचार नहीं	316.67
9.	200 पी० पी० एम० लेड+ 40 पी० पी० एम० आयरन	50 ग्राम म० रा० फा०	280.00

सारणी 2

क्रम संख्या	पूर्व उपचार	प्रथम उपचार के तीन वर्ष बाद किये गये उपचार/वर्गमीटर	आयरन (Fe) (पी०पी० एम० में)	मैंगनीज (Mn) (पी०पी० एम० में)	जिक (Zu) (पी०पी० एम० में)	ताँबा (Cn) (पी०पी० एम० में)
1.	नियन्त्रण	3 किग्रा० कार्बनिक पदार्थ	14.01	1.23	0.81	0.43
2.	100 पी० पी० एम० लेड	3 किग्रा० कार्बनिक पदार्थ+ 80 ग्राम म० रा० फा०	20.11	1.82	0.96	0.34
3.	200 पी० पी० एम० लेड	3 किग्रा० कार्बनिक पदार्थ+ 50 ग्राम म० रा० फा०	17.49	0.96	0.46	0.15
4.	20 पी० पी० एम० आयरन	5 किग्रा० कार्बनिक पदार्थ+ 50 ग्राम म० रा० फा०	21.05	2.05	1.18	0.34
5.	40 पी० पी० एम० आयरन	5 किग्रा० कार्बनिक पदार्थ	16.53	0.84	0.55	0.13
6.	100 पी० पी० एम० लेड+ 20 पी० पी० एम० आयरन	80 ग्राम म० रा० फा०	17.21	1.43	0.69	0.64
7.	100 पी० पी० एम० लेड+ 40 पी० पी० एम० आयरन	5 किग्रा० कार्बनिक पदार्थ+ 80 ग्राम म० रा० फा०	16.93	0.99	0.78	0.19
8.	200 पी० पी० एम० लेड+ 20 पी० पी० एम० आयरन	कोई उपचार नहीं	16.99	1.05	0.62	0.38
9.	200 पी० पी० एम० लेड+ 40 पी० पी० एम० आयरन	50 ग्राम म० रा० फा०	18.77	1.42	0.84	0.34

राकफास्फेट (50 ग्राम व 80 ग्राम प्रति क्यारी) का प्रयोग करके मेथी की फसल पर इन उपचारों का प्रभाव देखा गया। इस मसूरी राकफास्फेट में 19.025 प्रतिशत P_2O_5 की मात्रा थी। कार्बनिक पदार्थ तथा म० रा० फा॰ का प्रयोग यादृच्छिक विधि (Random system) से किया गया और फिर इन्हीं 27 उपचारित क्यारियों (प्रत्येक एक वर्ग मीटर की) में 30 किग्रा० प्रति हेक्टेयर बीजदर से मेथी की बुआई की। फसल की सिंचाई साधारण पानी से की गई और फिर 58 दिनों के पश्चात् जैवभार ज्ञात किया गया। तत्पश्चात् इन पादप नमूनों का निष्कर्ष तैयार करके Atomic Absorption Spectrophotometer (AAS) द्वारा Cu, Mn, Zn व Fe का मात्रायें ज्ञात की गईं।

परिणाम तथा विवेचना

सारणी 1 से स्पष्ट है कि लेड और आयरन से उपचारित प्लाटों में कार्बनिक पदार्थ वराक फास्फेट डालने से मेथी के जैव भार में वृद्धि हुई। यही नहीं, जिन क्यारियों में Pb तथा Fe नहीं पड़ा था और जिनमें बाद में केवल कार्बनिक पदार्थ ही डाला गया उनमें भी जैव भार में कुछ वृद्धि हुई अकेले मसूरी राक फास्फेट के प्रयोग से जैव भार में वृद्धि न होकर कमी आई।

सारणी 2 से स्पष्ट है कि जिन क्यारियों में पूर्व उपचार के रूप में Fe दिया गया था वहाँ पौधों द्वारा Fe का अवशोषण अधिक हुआ है जबकि Cu का अवशोषण उन क्यारियों में कम हुआ है जहाँ पर अन्तिम उपचार के रूप में कार्बनिक पदार्थ और राकफास्फेट दिया गया था। साथ ही जिंक का अवशोषण कार्बनिक पदार्थ, राकफास्फेट और आयरन की उपस्थिति से बढ़ा है। मैंगनीज में कोई निश्चित प्रवृत्ति नहीं पाई गई।

अतः यह कहा जा सकता है कि जब मृदा Pb और Fe की अधिक मात्रायें डाली जाती हैं तो उसमें कार्बनिक पदार्थ और राकफास्फेट के डालने से अन्य सूक्ष्म पोषक तत्वों जैसे—Cu, Zn व Mn आदि के अवशोषण पर कोई प्रभाव नहीं पड़ता है जबकि Pb एक मृदा प्रदूषक की भूमिका पौधों के लिए निभाता है परन्तु कार्बनिक पदार्थ एवं राकफास्फेट द्वारा इसके इस विषाक्त प्रभाव को कम किया जा सकता है।

निर्देश

1. बान्डरेन्को, जी॰ पी०, Geokimia, 1986, 5, 631-636.
2. मण्डल, एल० एन०, हल्दर, एम० तथा पाल, ए० के०, Indian Jour. Agric. Chem. 1 XX(2), 141-149.

Vijnana Parishad Anusandhan Patrika. Vol. 35. No. 3, 1992

रासायनिक अभिक्रिया का वेग स्थिरांक और फाक्स का H-फलन

आर० डी० अग्रवाल तथा ए० के० रोंघे
गणित विभाग, एस० ए० टी० आई०, विदिशा (म० प्र०)

[प्राप्त—जून 20, 1991]

सारांश

प्रस्तुत शोध प्रपत्र में प्रथम, द्वितीय और तृतीय कोटि की अभिक्रियाओं के वेग स्थिरांक को फाक्स के H-फलन के रूप में प्रदर्शित किया गया है, और प्रत्येक अभिक्रिया के कोटि-स्थिरांकों का प्रयोग अर्द्ध आयुकाल ज्ञात करने के लिए उनकी विशिष्ट दशाओं के रूप में ज्ञात किया गया है।

Abstract

Chemical reaction of velocity constant and Fox-function. *By* R. D. Agrawal and A. K. Ronghe, Department of Mathematics, S. A. T. I., Vidisha (M. P.)

In this paper, first, second and third order of velocity constants are given in terms of Fox's H-Function and these results would be applied to obtain Half-life periods as particular cases.

1. प्रस्तावना

फाक्स[4] द्वारा प्रचारित H-फलन को निम्नलिखित विधि से परिभाषित और अंकित किया गया है :

$$H_{p,q}^{m,n}\left[z\,\middle|\begin{matrix}((a_j,\alpha_j))\\((b_j,\beta_j))\end{matrix}\right]=\frac{1}{2\pi i}\int_L \theta(z)\,z^s ds \tag{1.1}$$

जहाँ पर

$$\theta(z)=\frac{\prod_{j=1}^{m}\Gamma(b_j-\beta_j s)\prod_{j=1}^{n}\Gamma(1-aj+\alpha_j s)}{\prod_{j=m+1}^{q}\Gamma(1-b_j+\beta_j s\prod_{j=n+1}^{p}\Gamma(a_j-\alpha_j s)} \tag{1.2}$$

रिक्त गुणनफल है, जिसे इकाई मान लिया जाता है, $1 \leqslant m \leqslant q, 0 \leqslant n \leqslant p$, एवं प्राचल ऐसे हैं कि $\Gamma(b_j - \beta_j s), j=1, \ldots, n$ के किसी पोल से संपाती है, तथा L एक उपयुक्त कंटूर है। ब्राक्समाथ ने यह सिद्ध किया है कि समाकलन (1.1) परम अभिसारी होता है, जब

$$\theta > 0, |arg\ (z)| < \tfrac{1}{2}\theta\pi$$

जहाँ

$$\theta = \sum_{j=1}^{n} \alpha_j + \sum_{j=1}^{m} \beta_j - \sum_{j=m+1}^{p} \alpha_j - \sum_{j=n+1}^{q} \beta_j \tag{1.3}$$

2. वांछित परिणाम [3, पृष्ठ 1044—1075] जिन्हें द्रव्य अनुपाती क्रिया नियम द्वारा प्राप्त किये गये हैं।

प्रथम कोटि की अभिक्रिया और वेग स्थिरांक समीकरण :

माना कि A की सांद्रता a ग्राम अणु प्रारम्भ में है, तथा t समय बाद की सान्द्रता $(a-x)$ हो जाती है, तब अभिक्रिया नियम का वेग,

$$\frac{dx}{dt}\ \alpha (a-x)$$

अतः

$$\int \frac{\Gamma(a-x)dx}{\Gamma(a-x+1)} = K_1 \frac{\Gamma(t+1)}{\Gamma(t)} + c, \tag{2.1}$$

जहाँ c एक समाकलन स्थिरांक है; तथा $a \geqslant x, t \geqslant 0,$

द्वितीय कोटि की अभिक्रिया और वेग स्थिरांक समीकरण :

माना कि द्वितीय कोटि की अभिक्रिया में A और B अभिकारक है जो क्रियाफलों में परिवर्तित हो रहे हैं, तब अभिक्रिया का वेग,

$$\frac{dx}{dx}\ \alpha\ (a-x)\ (b-x)$$

अतः

$$\int \frac{\Gamma(a-x)\ \Gamma(b-x)\ dx}{\Gamma(a-x+1)\ \Gamma(b-x+1)} = K_2 \frac{\Gamma(t+1)}{\Gamma(t)} + c \tag{2.2}$$

जहाँ c एक समाकलन स्थिरांक है तथा $a \geqslant x,\ b \geqslant x,\ t \geqslant 0.$

तृतीय कोटि की अभिक्रिया और वेग स्थिरांक समीकरण :

इसी क्रम में तृतीय कोटि की अभिक्रिया और वेग स्थिरांक को निम्न प्रकार से प्रदर्शित करेंगे :

$$\int \frac{\Gamma(a-x)\,\Gamma(b-x)\,\Gamma(c-x)\,dx}{\Gamma(a-x+1)\,\Gamma(b-x+1)\Gamma(c-x+1)} = K_3 \frac{\Gamma(t+1)}{\Gamma(t)} + c, \tag{2.3}$$

जहाँ c एक समाकलन स्थिरांक है तथा $a \geqslant x$, $b \geqslant x$, $t \geqslant 0$.

अनुभाग (2·1), (2·2) और (2.3) में K_1, K_2 और K_3 क्रमशः प्रथम, द्वितीय और तृतीय अभिक्रिया की कोटि के वेग स्थिरांक हैं।

3. इस अनुभाग में प्रथम, द्वितीय एवं तृतीय अभिक्रियाओं के वेग स्थिरांकों को फाक्स H-फलन के रूप में प्रदर्शित करेंगे।

$$K_1 = \frac{\int H^{m+1,\,n}_{p+1,\,q+1}\left[z \,\middle|\, \begin{matrix} ((a_j,\,\alpha_j))_{1\cdot p},\,(a-x:u) \\ (1+a-x:u),\,((b_j\,.\,\beta_j))_{1\cdot q} \end{matrix} \right] dx - c}{H^{m\,.\,1+n}_{p+1\,.\,q+1}\left[z \,\middle|\, \begin{matrix} ((-t:u)),\,((a_j\,.\,\alpha_j))_{1\cdot p} \\ ((b_j,\,\beta_j))_{1q},\,((1-t\,;\,u)) \end{matrix} \right]} \text{/काल}$$

प्रतिबन्ध :

$$u>0,\; Re[a-u(a_j/\alpha_j)]>0,\; Re[[t+u(a_j/\alpha_j)]>0,$$

$$j=\{1,\,\ldots,\,m\},\; |\arg(z)| < \tfrac{1}{2}\theta\pi. \tag{3.1}$$

$$K_2 = \frac{\left\{\int H^{m+2\,.\,n}_{p+2\,.\,q+2}\left[z \,\middle|\, \begin{matrix} ((a_j,\,\alpha_j))_{1\cdot p},\,(a-x:u),\,(b-x:u) \\ (1+a-x:u),\,(1+b-x:u),\,((b_j,\,\beta_j)) \end{matrix} \right] dx - H^{m+2\,.\,n}_{p+2\,.\,q+2}\left[z \,\middle|\, \begin{matrix} ((a_j,\,\alpha_j))_{1\cdot p},\,(a:u),\,(b:u) \\ (1+a:u),\,(1+b:u),\,((b_j\,.\,\beta_j)) \end{matrix} \right]\right\}}{H^{m,\,n+1}_{p+1,\,q+2}\left[z \,\middle|\, \begin{matrix} (-t:u)\,((a_j,\,\alpha_j))_{1\cdot p} \\ ((b_j,\,\beta_j))_{1\cdot q}\,(1+b:u)\,(1-t:u) \end{matrix} \right]} \text{/मोल काल}$$

प्रतिबन्ध

$$u>0,\; Re[a-u(a_j/\alpha_j)]>0.\; Re[b-u(a_j/\alpha_j)]>0.$$

$$Re[t+u(a_j/\alpha_j)]>0,\; j=\{1,\,\ldots,\,m).\; |arg(z)|<\tfrac{1}{2}\theta\pi, \tag{3.2}$$

$$K_3 = \frac{\left\{\int H^{m+8\,.\,n}_{p+3,\,q+3}\left[z \,\middle|\, \begin{matrix} ((a_j,\,\alpha_j))_{1\cdot p},\,(a-x:u),\,(b-x:u),\,(c-x:u) \\ (1+a-x:u),\,(1+b-x:u),\,(1+c-x:u)\,((b_j,\,\beta_j))_{1\cdot q} \end{matrix} \right] dx - H^{m.\,3+1}_{p+1,\,3+3}\left[z \,\middle|\, \begin{matrix} ((a_j,\,\alpha_j))_{1\cdot p},\,(a:u),\,(b:u),\,(c:u) \\ (1+a:u),\,(1+b:u),\,(1+c:u),\,((b_j,\,\beta_j))_{1\cdot q} \end{matrix} \right]\right.}{H^{m.\,n+1}_{p+1,\,q+1}\left[z \,\middle|\, \begin{matrix} -t:u),\,((a_j,\,\alpha_j))_{1\cdot p} \\ ((b_j,\,\beta_j))_{1\cdot q}\,(1-t:u) \end{matrix} \right]} \text{/mole}^2 \text{ time}$$

प्रतिबन्ध :

$$u>0.\ Re[a-u(a_j/\alpha_j)]>0. \qquad Re[b-u(a_j/\alpha_j)]>0,$$

$$Re[c-u(a_j/\alpha_j)]>0. \qquad Re[t+u(a_j/\alpha_j)]>0,$$

$$j=\{1, ..., m),\ |arg(2)|<\tfrac{1}{2}\theta\pi, \tag{3.3}$$

उपपत्ति : (3.1) की उपपत्ति के लिए (2.1) में u और को $(a-us)$ और $(t+us)$ द्वारा प्रतिस्थापित करने पर [(क्योंकि अभिकारक बढ़ते हुए समय के साथ घट रहा है, (1 p. 224 और 5, देखें)] तथा दोनों ओर $(2\pi i)^{-1}\ \theta(s)\ z^s$ का गुणा करने तथा कंटूर L की दिशा में S के प्रति समाकलित करने पर तथा H-फलन (1.1) की परिभाषा का सम्प्रयोग करने पर हमें (3.1) प्राप्ति होती है।

इसी प्रकार (3.2) तथा (3.3) सम्बन्धों में (a, b, c, t) के स्थानों पर क्रमश: $\{a-us, b-us, c-us, t+us\}$ रखकर स्थापित किया जा सकता है, तथा समाकलन स्थिरांक c में मान $x=0, t=0$, (जो कि (3.2) एवं (3.3) में प्राप्त किया है) पर प्राप्त किये जा सकते हैं।

4. अर्द्धआयु काल (Half life Period) : इस अनुभाग में प्रथम, द्वितीय एवं तृतीय अभिक्रिया की कोटि स्थिरांकों के लिए अर्द्धआयु काल को अनुभाग (3) के परिणामों से, उनके विशिष्ट दशाओं के रूप में प्राप्त किये गये हैं।

प्रथम अभिक्रिया के कोटि स्थिरांक के लिए अर्द्धआयु काल :

यदि (3.1) में $t=T$ और $(a-x)=a/2$ रखें तो हमें निम्नलिखित परिणाम प्राप्त होगा :

$$H^{m\,.\,n+1}_{p+1,\ q+1}\left[z\ \middle|\ \begin{matrix}(-T; u), ((a_j, \alpha_j))_{1\cdot p}\\ ((b_j, \beta_j))_{1\cdot q}\ (1-T; u)\end{matrix}\right]$$

$$=\frac{1}{2k_1}\int H^{m+1,\ n}_{p+1,\ q+1}\left[z\ \middle|\ \begin{matrix}((a_j, \alpha_j))_{1\cdot p}, (a/2 : u)\\ (1+a/2 : u), ((b_j, \beta_j))_{1\cdot q}\end{matrix}\right] da$$

प्रतिबन्ध

$$u>0,\ Re[a/2-u\ (a_j/\alpha_j)]>0,\ Re[T+u(b_j/\beta_j)]>0,$$

$$j=\{1, ..., m\},\ |arg(z)|<\tfrac{1}{2}\theta\pi, \tag{4.2}$$

द्वितीय अभिक्रिया के कोटि स्थिरांक के लिए अर्द्धआयु काल :

यदि (3.2) में $t=T, b=a, (a-x)=a/2$ रखें तो हमें निम्नलिखित परिणाम प्राप्त होगा :

$$H^{m,\ n+1}_{p+1,\ q+1}\left[z\ \middle|\ \begin{matrix}(-T; u), ((a_j, \alpha_j))_{1\cdot p}\\ ((b_j, \beta_j))_{1\cdot q}\ (1-T; u)\end{matrix}\right]$$

$$=\frac{1}{K_2}\left\{\int H^{m+2,\,n}_{p+2,\,q+2}\left[z\,\middle|\,\begin{matrix}((a_j,\alpha_j))_{1\cdot p},(a/2:u),(a/2:u)\\(a/2+1:u),(a/2+1:u)\,((b_j,\beta_j))\end{matrix}\right]\frac{da}{2}\right.$$

$$\left.-H^{m+2,\,n}_{p+2,\,q+2}\left[z\,\middle|\,\begin{matrix}((a_j,\alpha_j))_{1\cdot p},(a:u),(a:u)\\(1+a:u),(1+a:u),((b_j,\beta_j))_{1\cdot q}\end{matrix}\right]\right\}.$$

प्रतिबन्ध

$$u>0,\ Re[a/2-u(a_j/\alpha_j)]>0,\ Re[T+u(b_j,\beta_j)]>0,$$

$$j=\{1,\ldots,m),\ |arg(z)|<\tfrac{1}{2}\theta\pi. \tag{4.2}$$

इसी प्रकार तृतीय अभिक्रिया की कोटि स्थिरांक के लिए अर्द्धआयु काल परिणाम (3.3) में $t=T$, $b=c=a$ तथा $(a-x)=a/2$ रखकर प्राप्त किया जा सकता है।

कृतज्ञता-ज्ञापन

सहाय्य एवं निर्देश के लिए लेखकगण डॉ० वी० पी० सक्सेना के आभारी हैं।

निर्देश

1. आनन्दानी, पी० तथा नाम प्रसाद, विज्ञान परिषद् अनु० पत्रिका, 1976, **18**, 221-26
2. ब्राक्समा, बी० एल० जे०, 1904, **15**, 293-341
3. ग्लास्टॉन, एस० Text book of Physical Chemistry, 1969, p. 1044-75
4. फाक्स, सी०, Trans. Amer. Math. Soc. 1961, **98**, 395-421

Vijnana Parishad Anusandhan Patrika, Vol. 35, No. 3, 1992

सार्वीकृत एन्ट्रापी $H_{s,n}^{\alpha...\alpha_m;\beta}(P)$ के सम्बन्ध में महत्वपूर्ण निष्कर्ष

एच० एन० साँवरिया

गणित विभाग, शासकीय विद्यालय, धौलपुर (राजस्थान)

[प्राप्त—दिसम्बर 13, 1990]

सारांश

घटनाओं की प्रणाली में यदि कुछ घटनाएँ परस्पर टक्कर करें तो प्रणाली की एन्ट्रापी घट जाती है। यदि घटनाओं को उप-घटनाओं में विखण्डित कर दिया जाय तो प्रणाली की एन्ट्रापी बढ़ जावेगी।

Abstract

Some important conclusions on the generalised entropy $H_{s,n}^{\alpha_1, \ldots, \alpha_m;\beta}(P)$. *By*

H. N. Sanwaria, Department of Mathematics, Government College, Dholpur (Raj.)

In a system of events, if some events be collied then the entropy of the system decreases. Also if any event or events be further break-up into sub-events then the entropy of the system increases.

1. प्रस्तावना

हमने $\alpha_1 \ldots \alpha_m$ कोटि के सार्वीकृत एनट्रापी को परिभाषित किया है जिसका प्राचल β है अर्थात्

$$H_{s,n}^{\alpha_1, \ldots, \alpha_m;\beta}(P) = \frac{-2^{\Sigma\alpha_j - m}}{\sin\beta} \sum_i p_i^{\Sigma\alpha_j - (m-1)} \sin(\beta \log p_i) \quad (1.1)$$

क्योंकि असंतत प्रायिकता बंटन

$$P = (p_1, \ldots, p_n), \ \Sigma p_i = 1,$$

$$\forall p_i > 0;\ 0 < \alpha_j \in R^+,\ \beta > 0;\ \Sigma\alpha_j > (m-1),\ j = 1, 2, \ldots,\ i = 1, 2, \ldots, n.$$

यदि

$$a_1 = a,\ a_2 = \ldots = a_m = 1,$$

तो यह शर्मा तथा तनेजा के एन्ट्रापी में समानीत हो जाता है, अर्थात्

$$H_{s,\,n}^{a,\,1,\,\ldots;\,\beta}(P) = \frac{-2^{a-1}}{\sin\beta} \sum_i p_i^{a} \sin(\beta \log p_i) \tag{1.2}$$

यदि समीकरण (1.2) में इकाई के स्थान पर प्राचल γ को प्रविष्ट किया जाय तो यह गोयल तथा व्यास द्वारा परिभाषित निम्नलिखित एन्ट्रापी में समानीत हो जाता है।

$$H_{s,\,n}^{a,\,1,\,\ldots,\,1,\,\gamma;\,\beta}(P) = \frac{-2^{a-\gamma}}{\sin\beta} \Sigma\ p_i^{a+\gamma-1} \sin(\beta \log p_i) \tag{1.3}$$

क्योंकि

$$a,\ \gamma > 0,\ a+\gamma > 1,\ \beta > 0.$$

2 मुख्य परिणाम

प्रमेय 2.1. घटनाओं की प्रणाली में यदि कुछ घटनाएँ टकरावें तो प्रणाली की एन्ट्रापी घट जाती है।

उपपत्ति : माना $P = (p_1, \ldots, p_n)$ प्रायिकता वितरण हो घटनाओं की प्रणाली $E = \{e_1, e_2, \ldots, e_n\}$ के सम्बन्ध में जहाँ $\Sigma p_i = 1$ तथा $p_i \geqslant 0$.

यदि घटनाएँ e_1 तथा e_2 परस्पर टकरावें तो $p_1 + p_2 < 1$.

हमें सिद्ध करना है कि

$$H_{s,\,n-1}^{a_1,\,\ldots,\,a_m;\,\beta}(p_1+p_2,\,p_3,\,\ldots,\,p_n) \leqslant H_{s,\,n}^{a_1,\,\ldots,\,a_m;\,\beta}(p_1,\,p_n) \tag{2.1}$$

चूंकि

$$H_{s,\,n}^{a_1,\,\ldots,\,a_m}(p_1, \ldots p_n) = \frac{-2^{\Sigma a_j - m}}{\sin\beta} \sum_i p_i^{\Sigma a_j - (m-1)} \sin(\beta \log p_i) \tag{2.2}$$

तथा

$$H_{s,\,n-1}^{a_1,\,\ldots,\,a_m;\,\beta}(p_1+p_2,\,p_3,\,\ldots,\,p_n)$$

$$=\frac{-2^{\Sigma a_j-m}}{\sin\beta}\Big[\sum_{i=3}^{n} p_i^{\Sigma a_j-(m-1)}\sin(\beta\log p_i)$$

$$+(p_1+p_1)^{\Sigma a_j-(m-1)}\sin\{\beta\log(p_1+p_1)\}\Big] \quad (2.3)$$

तो

$$H_{s,n}^{a_1,\ldots,a_m;\beta}(p_1 p_2,\ldots,p_n)-H_{s,n-1}^{a_1,\ldots,a_m;\beta}(p_1+p_2,p_3,\ldots,p_n)$$

$$=\frac{-2^{\Sigma a_j-m}}{\sin\beta}\Big[p_1^{\Sigma a_j-(m-1)}\sin(\beta\log p_1)+p_2^{\Sigma a_j-(m-1)}\sin(\beta\log p_2)$$

$$-(p_1+p_2)^{\Sigma a_j-(m-1)}+\sin\{\beta\log(p_1+p_2)\}\Big] \quad (2.4)$$

$$=\frac{-2^{\Sigma a_j-m}}{\sin\beta}\Big[p_1^{\Sigma a_j-(m-1)}\sin\left(\beta\log\frac{p_1}{p_1+p_2}\right)$$

$$+p_2^{\Sigma a_j-(m-1)}\sin\left(\beta\log\frac{p_2}{p_1+p_2}\right)\Big]$$

चूंकि लघु मात्राओं के लिए $(p_1+p_2)^a=p_1^a+p_2^a$ (गुणनफल पदों की उपेक्षा की गई है तथा $\sin(\beta\log p_1)-\sin\{\beta\log(p_1+p_2)\}$ भी

$$=\sin\left(\beta\log\frac{p_1}{p_1+p_2}\right)$$

$$=(p_1+p_2)^{\Sigma a_j-(m-1)}\left(\frac{-2^{\Sigma a_j-m}}{\sin\beta}\right)\left[\left(\frac{p_1}{p_1+p_2}\right)^{\Sigma a_j-(m-1)}\sin\left(\beta\log\frac{p_1}{p_1+p_2}\right)\right.$$

$$\left.+\left(\frac{p_2}{p_1+p_2}\right)^{\Sigma a_j-(m-1)}\sin\left(\beta\log\frac{p_2}{p_1+p_2}\right)\right]$$

$$=(p_1+p_2)^{\Sigma a_j-(m-1)}\; H_{s,2}^{a_1,\ldots a_m;\beta}\left(\frac{p_1}{p_1+p_2},\frac{p_2}{p_1+p_2}\right)>0.$$

प्रमेय 2.2 : यदि घटनाओं की प्रणाली में कोई घटना या घटनाएँ कुछ उप-घटनाओं में तोड़ दी जायँ तो प्रणाली की एन्ट्रापी बढ़ जाती है।

उपपत्ति : उपर्युक्त घटनाओं की प्रणाली में घटना e_i k-उपघटनाओं में टूट गई अर्थात् $e_i=(a_1,\ldots,a_k)$ जिनकी प्रायिकतायें $q_1,\ldots,q_k$ s. t. $q_t\geqslant 0$ तथा $\Sigma q_t=p_i$; $t=1,2,\ldots,k$ थीं।

तब हम सिद्ध करेंगे कि

$$H_{s,\, n+k-1}^{\alpha_1,\, \ldots,\, \alpha_m;\, \beta}(p_1, \ldots, p_{i-1}, q_1, \ldots, q_k, p_{i+1}, \ldots, p_n) > H_{s,\, n}^{\alpha_1,\, \ldots,\, \alpha_m;\, \beta}(P) \tag{2.5}$$

चूंकि

$$H_{s,\, n+k-1}^{\alpha_1,\, \ldots,\, \alpha_m;\, \beta}(p_1, \ldots, p_{i-1}, q_1, \ldots, q_k, p_{i+1}, \ldots; p_n)$$

$$= H_{s,\, n+1}^{\alpha_1,\, \ldots,\, \alpha_m;\, \beta}(p_1, \ldots, p_{i-1}, q_1, L, p_{i+1}, \ldots, p_n)$$

$$+ L^{\Sigma\alpha_j-(m-1)}\, H_{s,\, k}^{\alpha_1,\, \ldots,\, \alpha_m;\, \beta}\left(\frac{q_2}{L}, \ldots, \frac{q_k}{L}\right)$$

$$L = q_2 + \ldots + q_k;\; p_i = q_1 + L \tag{2.6}$$

$$= H_{s,\, n}^{\alpha_1,\, \ldots,\, \alpha_m;\, \beta}(p_1, \ldots, p_n) + p_i^{\Sigma\alpha_j-(m-1)}\, H_{s,\, 2}^{\alpha_1,\, \ldots,\, \alpha_m;\, \beta}\left(\frac{q_1}{L}, \frac{L}{p_i}\right)$$

$$+ L^{\Sigma\alpha_j-(m-1)}\, H_{s,\, k}^{\alpha_1,\, \ldots,\, \alpha_m:\, \beta}\left(\frac{q_2}{L}, \ldots, \frac{q_k}{L}\right) \tag{2.7}$$

लेकिन

$$H_{s,\, k}^{\alpha_1,\, \ldots,\, \alpha_m;\, \beta}\left(\frac{q_1}{p_i}, \ldots, \frac{q_k}{p_i}\right) = H_{s,\, 2}^{\alpha_1,\, \ldots,\, \alpha_m;\, \beta}\left(\frac{q_1}{p_i}, \frac{L}{p_i}\right)$$

$$+ \left(\frac{L}{p_i}\right)^{\Sigma\alpha_j-(m-1)} H_{s,\, k}^{\alpha_1,\, \ldots,\, \alpha_m;\, \beta}\left(\frac{q_2}{L}, \ldots, \frac{q_k}{L}\right) \tag{2.8}$$

अतः (2.7) निम्नवत् है

$$= H_{s,\, n}^{\alpha_1,\, \ldots,\, \alpha_m;\, \beta}(p_1, \ldots, p_n) + p_i^{\Sigma\alpha_j-(m-1)}$$

$$H_{s,\, k}^{\alpha_1,\, \ldots,\, \alpha_m;\, \beta}\left(\frac{q_1}{p_i}, \ldots, \frac{q_k}{p_i}\right) \tag{2.9}$$

यही उपपत्ति हुई।

कृतज्ञता-ज्ञापन

लेखक बहुमूल्य सुझावों के लिए डा० ए० एन० गोयल तथा डा० करन सिंह सेवरिया के प्रति आभार व्यक्त करता है।

निर्देश

1. ऐक्जेल, जे०, फोर्टे, बी० तथा निग, सी० टी० Adv. in Appl. Prob, 1974, 6, 131-146

2. शैनान, ई० सी० Bell. System. Tech. Journ. 1948, 27. 379-623.

3. रेन्यी, ए०, Proc. 4th Berkeley Symp. Math. Stat and Prob. 1961, 1, 547.

4. कपूर, जे० एन०, Ind. Journ. Math. 1969, 9, 427-442.

5. वही, IIT/K. Maths. Research Report, 1967, No. 2.

Vijnana Parishad Anusandhan Patrika, Vol. 35, No. 3, 1992

विभिन्न मृदा परिस्थितियों के अन्तर्गत केचुओं की संख्या, उनकी लम्बाई तथा भार का निरीक्षण

शिवगोपाल मिश्र तथा उमाशंकर मिश्र

शीलाधर मृदा शोध संस्थान, इलाहाबाद विश्वविद्यालय, इलाहाबाद

[प्राप्त—फरवरी 2, 1992]

सारांश

विभिन्न परिस्थितियों में केचुओं की संख्या का निरीक्षण करने पर यह पाया गया कि केचुओं की संख्या मृदा की आपेक्षिक नमी और वायु-मण्डलीय ताप के अनुसार बढ़ती और घटती है। निरीक्षण द्वारा यह भी पाया गया कि जिन प्लाटों में कार्बनिक पदार्थ, मृदा नमी प्रतिशत, मृदा वायु और पोषक तत्व जितनी ही अधिक मात्रा में पाये गये, उन प्लाटों में केचुओं के भार एवं लम्बाई में उतनी ही अधिक वृद्धि हुई। साथ ही साथ यह भी पाया गया कि जहाँ पर केचुओं की संख्या सर्वाधिक है, वहाँ पर उनके व्यक्तिगत भार में कमी हुई।

Abstract

Variation in the number, length and weight of earthworms under different soil ecosystems. *By* S. G. Misra and Uma Shanker Misra, Sheila Dhar Institute of Soil Science, University of Allahabad, Allahabad.

It was found that the numbers of earthworms increase and decrease with soil moisture and atmospheric conditions. The weight and length of the earthworms increased in plots where organic matter, soil moisture percentage and soil air were maximum. It was also observed that the individual weight of earthworms was low where a greater number of earthworms were present.

केंचुआ वर्ग एनेलिडा का सबसे महत्वपूर्ण जीव है। केंचुआ नम मृदाओं में रहने के कारण "अर्थ वर्म" कहलाता है। ऐसा निर्धारित किया गया है कि एक एकड़ मिट्टी में 200-1000 पौंड तक के

केंचुए पाये जाते हैं। केंचुए साधारणतया आधा मीटर की गहराई में सुरंगें बना कर रहते हैं। किन्तु जब गर्मी के दिनों में जमीन सूखने लगती है तो ये केचुएँ नमी के खोज में 2-3 मीटर की गहराई में सुरंगें बनाकर नीचे चले जाते हैं। सुरंगें बनाते समय इनके शरीर से एक चिपचिपा पदार्थ "म्यूकस" निकलता रहता है जिससे सुरंगों की दीवारें चिकनी और भुरभुरी दिखती हैं।

होप[1] के अनुसार महाद्वीपीय जलवायु में शीत ऋतु में केचुएँ बहुत बड़ी संख्या में नष्ट हो सकते हैं। सेनापति, साहु तथा मिश्रा[2] के अनुसार केचुओं की कुल जनसंख्या का 80% मिट्टी के ऊपरी 10 सेमी० की गहराई तक पाया जाता है। इसके अलावा चारागाहों और कम्पोस्ट गड्ढों में इनकी संख्या का (ग्रा० शुष्क भार/वर्ग मी०) क्रमशः 37.3, 27.8 पायी गयी। सेनापति दास[3] ने पाया कि प्रयोगशाला में और क्षेत्रीय परिस्थितियों में केचुएँ कार्बनिक पदार्थ के विघटन दर को क्रमशः 25% और 90% तक बढ़ा सकते हैं।

प्रयोगात्मक

वर्ष के जुलाई मास से मार्च मास तक के विभिन्न मौसमों में केचुओं की लम्बाई, संख्या एवं उनके भार पर प्रभाव देखने के लिए शीलाधर मृदा विज्ञान प्रक्षेत्र के अलग-अलग हिस्सों में स्थित दस प्लाटों (प्रत्येक प्लाट का क्षेत्रफल 45×45 सेमी०) को चुना गया और इन प्लाटों के पहिचान के लिए प्रत्येक प्लाट के चारों कोनों पर लकड़ी के एक-एक मीटर के स्टैम्प गाड़ दिये गये। प्रथम तीन प्लाट (a-1) प्रक्षेत्र के ऊपरी भाग में तथा चौथा एवं पाँचवाँ ढाल की ओर निचली भूमियों में (b-1-2), छठा प्लाट छायादार नम स्थान पर (c-1) और प्लाट संख्या सातवाँ हरित पौध गृह के अन्दर से (c-2), प्लाट संख्या आठवाँ छायादार बेल के पेड़ के नीचे से (c-3), प्लाट संख्या नवाँ नाला के बगल से (d-1) तथा दसवें प्लाट को नाला के बगल में गन्ने के क्षेत्र से चुना गया (d-2)। केचुओं का प्रथम निरीक्षण जुलाई (1991) महीने से शुरू करके तीस दिनों के अन्तराल पर मार्च (1992) महीने तक चालू रखा गया। प्रत्येक प्लाट से केचुओं की संख्या, उनकी औसत लम्बाई तथा उनका औसत भार ज्ञात किया गया। ये तीन-तीन मास के लिए तीन सारणियों में अलग-अलग अंकित हैं।

प्रत्येक प्लाट से केचुओं को निकालने के लिए भौतिक एवं रासायनिक विधियों का प्रयोग किया गया। जिन प्लाटों में केचुओं के मल ऊपरी सतह पर अधिक दिखाई पड़े उन प्लाटों में रासायनिक विधियाँ प्रयुक्त की गयीं। रासायनिक विधियों में पोटैशियम परमैंगनेट विलयन तथा फार्मएल्डीहाइड विलयन (40 प्रतिशत) डाला गया[4] क्योंकि इन प्लाटों में केचुओं द्वारा मल बाहर निकलने पर बहुत सी सुरंगें बनी हुई थीं। इसके पश्चात् उन प्लाटों में जहाँ पर ऊपरी सतह पर केचुएँ के मल बहुत कम दिखाई पड़े उन्हें सावधानी के साथ खुरपी के सहायता से 20 सेमी० गहराई तक पूरे प्लाट की मिट्टी निकाल कर केचुओं को निकाला गया। यह क्रिया हर माह जुलाई (1991) से मार्च (1992) तक चालू रखी गयी। इस प्रकार केचुओं की संख्या, लम्बाई तथा भार ज्ञात करने के बाद उन्हें पुनः अपने-अपने स्थानों में डाल कर मिट्टी से ढक दिया जाता रहा।

जुलाई (1991) से मार्च (1992) तक विभिन्न मौसमों में केचुओं की संख्या, लम्बाई एवं उनके भार ज्ञात करने के बाद प्रत्येक प्लाट में कापर क्रोमियम, कैडिमियम, लेड और जिंक की मात्राएँ एटामिक ऐब्जार्बशन स्पेक्ट्रोमीटर (AAS) द्वारा ज्ञात की गई जो सारणी 4 में दी हुई हैं। इन भारी धातुओं का सम्बन्ध केचुओं की संख्या तथा वृद्धि से स्थापित करने का प्रयास किया जा रहा है।

परिणाम तथा विवेचना

शीलाधर मृदा विज्ञान प्रक्षेत्र में दस विभिन्न प्लाटों से केचुओं की संख्या, उनका भार एवं लम्बाई का निरीक्षण तीस-तीस दिनों के अन्तराल पर जुलाई 1991 से मार्च 1992 तक किया गया है। प्लाट संख्या अ-3, स-2 का चयन कम नमी वाले स्थानों पर किया गया तथा अन्य प्लाटों का चयन अधिक नमी वाले स्थानों पर किया गया।

1. विभिन्न प्लाटों में केचुओं की संख्या

सारणी 1 से स्पष्ट है कि छायादार अधिक नमी वाले प्लाटों में केचुओं की संख्या अपेक्षाकृत कम नमी वाले प्लाटों से काफी अधिक पायी गयी। सारणी 1-3 देखने से यह भी स्पष्ट होता है कि अधिक छायादार नम स्थानों वाले प्लाटों में केचुओं की संख्या अपेक्षाकृत कम नमी वाले प्लाटों से बहुत अधिक पायी गयी। साथ ही साथ यह भी स्पष्ट होता है कि जैसे-जैसे मृदा में नमी कम होती जाती है उसी अनुपात में केचुओं की संख्या भी कम होती जाती है। जैसे-जैसे वायुमण्डलीय ताप बढ़ता जाता है (विभिन्न मासों के अनुसार) और नमी का प्रतिशत कम होता जाता है, वैसे-वैसे केचुओं की संख्या एक निश्चित अनुपात में कम होती जाती है। किन्तु मार्च के महीने में प्लाट a-3 तथा c-2 जो कि कम नमी वाले हैं उनमें केचुओं की संख्या शून्य हो गयी। सेनापति एवं उनके साथियों[2,3] के द्वारा ऐसे ही परिणाम पाये गये हैं। हमारे निरीक्षणों के अनुसार केचुओं की संख्या में विचरण पाया जाता है।

केचुओं का भार

जुलाई (1991) से मार्च (1992) तक तीस-तीस दिनों के अन्तराल पर किये विभिन्न प्लाटों के निरीक्षण से प्राप्त केचुओं के भारों के मान सारणी 1-3 में दिये हुए हैं। इन मानों से स्पष्ट होता है कि जिन प्लाटों में कार्बनिक पदार्थ, नमी प्रतिशत तथा मृदा वायु जितनी अधिक थी उसी के अनुसार उनमें केचुओं का भार अधिक है। साथ ही, समय के साथ केचुओं के भार में एक निश्चित अनुपात में वृद्धि हुई। यह भी स्पष्ट है कि जिन प्लाटों में केचुओं की संख्या सबसे अधिक थी उनका औसत भार अपेक्षाकृत उन प्लाटों में जिनमें केचुओं की संख्या कम थी उनके औसत भार से कम पाया गया। ऐसा सीमित पोषणों की आपूर्ति के कारण हुआ होगा।

केचुओं की लम्बाई

जुलाई (1991) से मार्च (1992) तक तीस-तीस दिनों के अन्तराल पर किये गये विभिन्न प्लाटों से निकाले गये केचुओं के लम्बाई से यह स्पष्ट होता है कि उन प्लाटों में जिसमें-कार्बनिक पदार्थ, पोषक

सारणी 1

जुलाई से सितम्बर तक के निरीक्षण

क्र० सं०	स्थान प्लाट	केचुओं की संख्या			कुल भार (ग्राम)			औसत लम्बाई (सेमी०)		
		जुलाई	अगस्त	सितम्बर	जुलाई	अगस्त	सितम्बर	जुलाई	अगस्त	सितम्बर
1	a-1	12	10	10	20	20	20.5	8.0	7.8	8.5
2	a-2	8	5	6	12	10	11.0	5.0	5.2	5.8
3	a-3	7	6	6	12.5	12	13.0	6.5	6.6	7.0
4	b-1	13	10	10	22.5	20	20.6	10.5	10.5	10.8
5	b-2	10	8	9	12.5	12	14.0	7.0	7.1	8.0
6	c-1	40	36	40	54	50	52.0	11.5	11.7	12.6
7	c-2	7	5	5	22	15	16.0	10.0	11.0	17.5
8	c-3	12	10	10	24	20	20.1	10.5	11.0	12.0
9	d-1	18	17	18	37.5	35	36.0	12.0	12.0	12.2
10	d-2	41	38	41	85	60	65.0	11.5	11.8	12.4

सारणी 2

अक्टूबर से दिसम्बर तक के निरीक्षण

क्र० सं०	स्थान	केचुओं की संख्या			कुल भार (ग्राम)			औसत लम्बाई (सेमी०)		
		अक्टूबर	नवम्बर	दिसम्बर	अक्टूबर	नवम्बर	दिसम्बर	अक्टूबर	नवम्बर	दिसम्बर
1	a-1	10	9	9	21.0	30.0	30.5	8.6	9.0	8.8
2	a-2	5	5	4	11.0	12.0	12.5	5.9	6.5	6.0
3	a-3	6	5	3	13.5	16.5	13.0	7.5	8.0	7.8
4	b-1	10	10	7	20.8	31.2	27.0	11.2	11.5	11·5
5	b-2	9	8	6	14.2	20.5	27.0	8.4	9.0	8.6
6	c-1	40	38	33	54.0	52.0	50.0	12.8	15.0	13.0
7	c-2	5	4	2	16.0	13.0	9.5	12.0	14.0	12.5
8	c-3	10	10	7	20.4	21.5	16.0	12.0	12.5	12.6
9	d-1	18	18	14	36.5	37.0	32.0	12.8	12.8	13.0
10	d-2	40	38	37	65.5	64.0	64.8	13.0	13.2	13.5

सारणी 3

जनवरी से मार्च तक के निरीक्षण

क० सं०	स्थान	केचुओं की संख्या			कुल भार (ग्राम)			औसत लम्बाई (सेमी०)		
		जनवरी	फरवरी	मार्च	जनवरी	फरवरी	मार्च	जनवरी	फरवरी	मार्च
1	a-1	9	8	6	31.0	31.0	25.0	8.8	8.9	8.1
2	a-2	4	3	1	12.0	10.0	3.5	6.1	6.1	6.2
3	a-3	3	1	8	10.5	3.5	0	7.0	7.9	0
4	b-1	7	5	2	21.8	16.0	7.0	11.5	11.6	11.6
5	b-2	6	3	2	22.0	10.5	8.0	8.7	8.8	8.8
6	c-1	33	28	25	48.0	42.0	45.0	13.0	13.1	13.2
7	c-2	2	1	0	7.0	3.6	0	12.5	12.5	0
8	c-3	7	4	2	15.0	10.0	5.0	12.6	12.6	12.9
9	d-1	14	14	13	30.0	31.0	24.0	13.0	13.6	13.2
10	d-2	37	35	33	64.0	62.0	61.0	13.8	13.8	13.9

a=उपरी भूमि का प्लाट

b=निचली भूमि के प्लाट

c-1=छायादार स्थान+नाला के बगल का प्लाट संख्या

c-2=हरित पौध गृह के अन्दर का प्लाट संख्या

c-3=छायादार बेल के पौधे के नीचे का प्लाट संख्या

d-1=नाला के बगल का प्लाट संख्या

d-2=गन्ने के पौधे+नाला के बगल का प्लाट संख्या

सारणी 4

विभिन्न प्लाटों में सूक्ष्म तत्वों की सान्द्रता (पीपीएम)

प्लाट संख्या	कापर Cu	कोमियम Cr	कैडमियम Cd	लेड Pb	जिंक Zn
a-1	1.60	.035	.383	3.04	1.26
a-2	0.145	.023	.877	.872	1.34
a-3	3.09	.001	.012	.803	2.86
b-1	2.34	0	.018	1.49	.542
b-2	4.74	0	0	.320	1.35
c-1	13.2	.017	.09	1.38	6.62
c-2	3.50	.018	.066	.676	2.27
c-3	4.52	.002	.025	.909	1.53
d-1	19.1	.038	.067	1.09	14.6
d-2	5.36	.002	.079	.475	11.1

तत्वों मृदा वायु एवं मृदा नमी प्रतिशत जितना ही अधिक होगा उन प्लाटों में केचुओं की लम्बाई भी उतनी ही अधिक रही। सबसे अधिक औसत लम्बाई 15.0 सेमी० थी। हमने इन केचुओं की विभिन्न प्रजातियों का अध्ययन नहीं किया।

मृदा प्रदूषक और केचुएँ

हमने विभिन्न प्लाटों में कापर, क्रोमियम, कैडमियम, लेड तथा जिंक की उपलब्ध मात्राएँ ज्ञात कीं जो सारणी 4 में अंकित हैं। जैसा कि कहा जा चुका है प्रक्षेत्र की सिंचाई मल-जल से होती रही है अतः इन तत्वों का संचय होना स्वाभाविक है। फिर भी केवल कापर की मात्रा अधिक प्रतीत होती है। शेष तत्वों का संचय विषैले स्तर तक नहीं है। जहाँ कापर की मात्रा अधिक पायी गयी वहाँ पर केचुओं की संख्या अधिक है। अतः यह निष्कर्ष निकाला जा सकता है कि केचुएँ मृदा-प्रदूषण को सहन करने वाले जीव हैं। इस सम्बन्ध में आगे कार्य चल रहा है।

निर्देश

1. होप, एच०, Proc. Soil. Sci. Soc. Am 1947, 12, 503-507
2. सेनापति, बी० के०, साहू एस० के० और मिश्रा, एस० के० Impact of organic waste accumulation on the activity of dichogaster bolaui (Michalsen) earthworm in Tropical agroeco-systems. Proc. Nat. Con. Env. Impact on Biosystem. Loyola College Madras. 1947
3. सेनापति, बी० के० तथा दास, एम० सी० Functional role of earthworms in the decomposer subsystem. Tropical ecology, 1984, 25, No. 1.
4. लीवर्कसम, एम० एस०, In Oligochaeta, 1930

Vijnana Parishad Anusandhan Patrika, Vol. 35, No. 3, 1992

संथाल जनजाति एवं तेली जाति की मानवमितीय मापों के बीच पारस्परिक सह-सम्बन्ध गुणांक 'r' का तुलनात्मक अध्ययन

चतुर्भुज साहु
रीडर, मानव विज्ञान विभाग
गिरिडीह कॉलेज, गिरिडीह (विहार)

सारांश

शारीरिक मानव-विज्ञान की मुख्य प्रविधियों में से मानवमिति भी एक है। इसकी उपयोगिता केवल मानव विभेदों के अध्ययन के लिए ही नहीं वरन् अनेक व्यवसायिक क्षेत्रों में भी की जाती है। प्रस्तुत अध्ययन में असम्बन्धित 210 संथाल जनजाति तथा 310 तेली जाति के 6-17 वर्ष के बालकों का कुछ मानवमितीय मापों के बीच पारस्परिक सह-सम्बन्ध गुणांक (r) निकाला गया है। तेली जाति के बच्चों में सभी मानवमितीय मापों का मध्यमान संथाल जनजाति से अधिक है जिसमें सिर की ऊँचाई का मध्यमान तुलनात्मक रूप से अन्य सभी मापों के मध्यमानों से अधिक है (तेली आयु-समूह 10-13 में 122.49 ± 0.411 तथा आयु-समूह 14-17 में 126.21 ± 0.426 तथा संथाल में क्रमश: 119.3 ± 0.402 एवं 121.15 ± 0.468)। दोनों ही समूह के बालकों में लम्बे होने की प्रवृत्ति 14-17 वर्ष के आयु-समूह में देखी गयी है (संथाल 55% तथा तेली 58%)। प्रथम आयु-समूह में बच्चे 3 से 4 ग्रुपों (नाटा, साधारण से कम, साधारण तथा साधारण से अधिक) में बँटे हुए पाये गये जो 14-17 वर्ष के आयु-समूह में एक ही वर्ग के कद में (साधारण से अधिक) पाये गये। संथाल में लम्बे सिर वाले (50%) तथा मध्य सिर वाले (47%) बालकों की संख्या लगभग बराबर है जबकि तेली जाति में मध्य सिर वाले बालक अधिक (56%) हैं।

कद के साथ भार, सिर की ऊँचाई, शीर्ष देशना तथा फ्रोन्टोपेरायटल देशना के बीच सम्बन्ध को ग्राफ (सिर्फ संथाल के लिए) में दर्शाया गया है और पाया गया है कि कद की वृद्धि के साथ-साथ अन्य चारों मापों में वृद्धि का स्वरूप 10-13 वर्ष के आयु-समूह के बालकों में अचानक परिवर्तित हो जाता है।

संथाल में कद एवं भार तथा कद एवं सिर की ऊँचाई के बीच सभी आयु-समूह में महत्वपूर्ण धनात्मक पारस्परिक सह-सम्बन्ध पाया गया है। कद एवं शीर्ष देशना के बीच आयु-समूह 10-13 के बीच तथा कद एवं फ्रोन्टोपेरायटल देशना के बीच आयु-समूह 6-9 के बीच महत्वपूर्ण ऋणात्मक पारस्परिक सह-सम्बन्ध ($r = -0.4 \pm 0.08$ एवं $t = 4.2$ तथा -0.6 ± 0.04 एवं 3.8 क्रमश:) प्राप्त हुआ है।

संथाल में 12 मापों में से सिर्फ एक (कद एवं शीर्ष देशना आयु-समूह 6-9) माप के बीच महत्वपूर्ण अन्तर ($r = +0.6 \pm 0.04$, $t = 1.94$) नहीं मिला है जबकि तेली जाति में दो मापों के बीच (कद एवं शीर्ष देशना आयु-समूह 6-9 और 10-13) महत्वपूर्ण अन्तर ($r = -0.2 \pm 0.04$, $t = 1.2$ तथा -0.3 ± 0.06, 1.99 क्रमश:) नहीं मिला है तथा ऋणात्मक भी है। ऐसी स्थिति संयोग-सैम्पलिंग तथा संभ्रान्त परिवारों से आये बच्चों के कारण हो सकती है।

Abstract

A comparative study of the co-efficient of correlation (r) of anthropometric measurements of the Santhal tribe and Teli caste. *By* Chaturbhuj Sahu, Department of Anthropology, Giridih College, Giridih (Bihar).

Anthropometry is one of the main and old techniques of Physical anthropology. It is not used only in the study of human diversity but also used in various occupational areas. In the present study the co-efficient of correlation (r) has been calculated between some anthropometric measurements of unrelated 210 Santhal tribal boys and 310 Teli caste boys ranging from 6-17 years of age. The mean values of all anthropometric measurements of Teli boys are high than the Santhal tribe. The mean value of head height is comparatively high than all other measurements. The growing tendency of the boys of both groups has been observed in 14-17 age-group (Santhal 55%) and Teli 58%). In age-group 6-9, the boys are found in 3 to 4 groups (short, below medium, medium and above medium) while in age-group 14-17 55% Santhal and 58% Teli boys are found in above medium group. The Santhal boys are having 50% dolicocephalic and 47% mesocephalic head while in Teli 56% mesocephalic head has been found. The relationship between stature and weight, stature and head height, stature and cephalic index and stature and frontoperietal index has been plotted on the graph (only for the Santhal) and found that there is a sudden change of growth in age-group 10-13 in all measurements.

Significant positive correlation has been observed between stature and weight and stature and head height in all age-groups among the Santhal, while stature and cephalic index (age-group 10-13) and stature and frontoparietal index (age-group 6-9) show significant negative correlation ($r = -0.4 \pm 0.08$, $t = 4.2$ and -0.6 ± 0.04, 3.8 respectively),

Out of 12 coefficient of correlation, only one case-stature and cephalic index age-group 6-9 has non-significant difference in Santhal ($r=+0.6\pm0.04$, $t=1.94$) while in Teli caste two values between stature and cephalic index age-groups 6-9 and 10-13 show non-significant negative difference ($r=-0.2\pm0.04$, $t=1.2$ and $-0.3\pm$ 0.06, 1.99 respectively). This is perhaps due to the children coming from well-to-do families and chance sampling.

मानवमिति मानव शरीर को मापने का विज्ञान है जिसका उपयोग प्रारम्भ से ही मानव की वृद्धि एवं विकास तथा प्रजातीय वर्गीकरण के अध्ययन के लिए किया जाता रहा है। प्राइमेटों के तुलनात्मक अध्ययन तथा उद्‌विकास सम्बन्धी अध्ययनों के लिए यह एक अमूल्य साधन है। भारत जैसे विकासशील देश के लिए वृद्धि एवं विकास का अध्ययन अति महत्वपूर्ण है क्योंकि यहाँ प्रोटीन, कैलोरी, कुपोषण आदि आम लोगों के स्वास्थ्य की एक प्रमुख समस्या है। वृद्धि को प्रभावित करने वाले कारकों में लोगों की आर्थिक स्थिति एवं उनके इर्द-गिर्द का वातावरण प्रमुख है। इनके अलावा जेनेटिक, हारमोन, रोग, संस्कृति आदि भी वृद्धि को प्रभावित करने वाले कारक हैं। यह कटु सत्य है कि बच्चे बढ़ते हैं परन्तु वृद्धि की दर प्रत्येक बच्चे में अलग-अलग आयु में एकसमान नहीं होती तथा उन बच्चों में भी एकसमान नहीं होती है जिनका जन्म तथा लालन-पालन विभिन्न आर्थिक स्तर के परिवारों में होता है। विश्व के विभिन्न हिस्सों में किये गये अन्वेषणों से यह पाया गया है कि जिन बच्चों का लालन-पालन उत्तम आर्थिक स्तर के परिवार में हुआ वे अपनी उम्र के अन्य बच्चों की तुलना में अधिक लम्बे तथा अधिक भार वाले हुए हैं। मुखर्जी[1,2] ने उच्च विद्यालय, कलकत्ता के 2488 बच्चों तथा कलकत्ता के ही प्राइमरी विद्यालयों के बच्चों में अध्ययन के दौरान यह पाया है कि परिवार की आर्थिक स्थिति बच्चों के शरीर की वृद्धि में एक महत्वपूर्ण कारक है। मन्टागु[3] ने कहा है कि मानव की वृद्धि से सम्बन्धित अध्ययन के लिये आर्थिक स्तर की उपेक्षा करके अध्ययन करना सन्तोषप्रद नहीं होगा।

मानवमितीय माप व्यक्ति एवं समुदाय के पोषकीय स्तर का मूल्यांकण करने का महत्वपूर्ण उपकरण है। इनमें से कई देशनायें तो व्यक्ति की शारीरिक वृद्धि, शारीरिक गठन इत्यादि को दर्शाने का एक उत्तम सूचक है। द लीग ऑफ नेशनल टेकनिकल कमीशन ऑन न्युट्रिशन ऑफ पापुलेशन बाई वीगवुड[4] ने कई मानवमितीय देशनाओं का विस्तार से वर्णन किया है तथा जनसंख्या के पोषकीय स्तर के लिये उनकी उपयोगिता को भी बताया है। स्टाउट एवं अन्य[5] ने भी देशनाओं को अति महत्वपूर्ण बताया है। फिर भी यह सर्वविदित है कि चेहरे की आकृति एवं माप अलग-अलग इथनिक ग्रुप में अलग-अलग होते हैं।

मानवमिति की उत्पत्ति एवं विकास

मानवमिति की उत्पत्ति बहुत पुरानी है परन्तु वैज्ञानिक मानवमिति का प्रारम्भ होहमन फाइड रीच ब्लुमेन बीच (1752-1840) से होता है जिन्होंने क्रेनियोलॉजी की नींव रखी। उसी शताब्दी में पेटर केम्पर ने चेहरे की आकृति पर कार्य किया। चार्ल्स ह्वाइट ने चिम्पैंजी, निग्रो एवं यूरोपियन के बाँहों को मापा। ब्रोका ने 1875 में मापों एवं निश्चित बिन्दुओं को परिभाषित कर दिया जिसे फ्रांस,

स्पेन, बेलजियम एवं इटली ने स्वीकारा। फान इहेरिंग ने ब्रुका के न्यूनता को उजागर करते हुए कुछ नयी मापों तथा प्रविधियों को अपनाने का प्रस्ताव रखा जिसे मोनिक (1877) एवं बर्लिन (1880) के क्रेनियोमेट्रिक सम्मेलन में विवेचन करने के बाद कुछ सुधार किया गया। अन्त में फ्रेंकफर्ट (1882) में हुए 18वीं 'जनरल कॉंग्रेस ऑफ द जरमल एन्थ्रोपोलोजिकल सोसायटी' में नई पद्धति को सुधारा गया जो 'फ्रेंकफर्ट एग्रीमेन्ट ऑफ 1882' के नाम से जाना जाता है।

ब्रिटिश मानववैज्ञानिक अपनी ही पद्धति का अनुसरण कर रहे थे। इस सम्बन्ध में सर्वप्रथम कोलिगनन ने 1892 में लोगों का ध्यान आकर्षित किया। 1892 में मास्को में सम्पन्न 12वीं 'इन्टर-नेशनल कॉग्रेस ऑफ प्रीहिस्टोरिक एन्थ्रोपोलॉजी एण्ड आर्कियोलॉजी' में मानवमितीय पद्धति की एकरूपता के लिये एक विशेष कमेटी गठित की गई। परन्तु पुरानी पद्धति में किसी भी प्रकार का परिवर्तन नहीं किया गया।

मोनेको (1906) के 13th अधिवेशन में आमूल परिवर्तन किया गया जो जेनेवा (1912) के 14वें अधिवेशन में विवेचन के बाद "इन्टरनेशनल एग्रीमेण्ट फॉर द युनिफिकेशन ऑफ एन्थ्रोपोलॉजिकल मेजरमेण्ट्स टु बी मेड ऑन द लिविंग सबजेक्ट्स" के रूप में एकमत से स्वीकार कर लिया गया।

दूसरी ओर अमेरिकन एशोसियेशन ऑफ फिजिकल एन्थ्रोपोलोजिस्ट्स ने 1925 ई० की वार्षिक बैठक में प्रस्ताव पारित कर एक कमेटी गठित की।

भारत में मानवमितीय कार्य

सर्वप्रथम रॉबर्ट रिजले ने अपनी पुस्तक "दी पीपुल ऑफ इण्डिया" में भारत में मानवमितीय कार्यों का क्रमबद्ध वर्णन किया है जिसे बाद शारीरिक मानववैज्ञानिकों ने रिजले के आँकड़ों की वास्त-विकता एवं विश्लेषण की विधि पर सन्देह किया। रिजले की परिकल्पना मोंगोलो-द्रविडियन ओरिजिन ऑफ द बेंगालिज का जे० एच० हटन ने खुलकर विरोध किया और पी० सी० महालोनोबीस ने विश्लेषण करने पर पाया कि रिजले ने औसत मान तथा व्यक्तिगत मापों को मापने में बहुत ही भयानक भूल की थी।

रिजले के सारांश का बी० एस० गुहा ने 1931 में विरोध किया। इसी वर्ष जनगणना के दौरान गुहा ने मूल मानवमितीय मापों के आधार पर भारतीय लोगों का वर्गीकरण किया। इसके बाद मानवमितीय आधार पर कई मानववैज्ञानिकों ने भारतीयों का प्रजातीय वर्गीकरण किया।

बिहार में मानवमितीय कार्य

बिहार में सर्वप्रथम मानवमितीय अध्ययन करने का श्रेय भी रिजले को ही जाता है। उन्होंने 1886-1891 के बीच बिहार की कई जनजातियों—असुर, बिरहोर, खड़िया, मुण्डा, उरॉव, संथाल एवं कोरवा—के मानमितीय मापों के आंकड़े एकत्रित किये। इसके बाद ए० एन० चटर्जी, टी० सी० दास, पी० सी० बसु (1922-23), एस० सी० राय (1925), डी० एन० मजुमदार (1925), आर०

आर० गेट (1959, 1962), चतुर्भुज साहु (1973) आदि ने बिहार की कई जनजातियों पर कार्य किया।

उपयोगिता

आजकल व्यावहारिक मानवमिति का उपयोग विभिन्न क्षेत्रों में किया जाता है जैसे—सेना के चयन में, औद्योगिक कार्य में [न्युमेन[6]] अपराधी एवं अन्य खोजों में, जीवन बीमा में, मानव शरीर एवं उनके सम्बन्धों के बीच कमी को जानने में, सिलाई के लिये, मशीन चालकों के उपयुक्त स्थान-निर्धारण के लिए [मुरले[7]], घर, अस्पताल, विद्यालय, कार्यालय आदि के निर्माण में खेल-कूद में, विकलांगों के लिये उपयुक्त उपकरण बनाने में [वर्मा[8,9], डेम्सटर[10], मेफरवेन्ड एवं अन्य[11]] आदि-आदि। मानव की उपयोगी वस्तुयें मानवमिति की ही देन हैं। यदि इन वस्तुओं को उचित माप के के आधार पर न बनाया जाय तो वे किसी भी काम की नहीं रह जायें।

मानव के जेनेटिको-वातावरणीय शर्तों के आधार पर विगत 2-3 दशकों से मानवमितीय अध्ययन पर विभिन्न देशों से शोध पत्र प्रकाशित हुए हैं (न्युजेनेवा के फुरुसो[12], वाक एवं अन्य[13], मेलकन[14] दक्षिण अमेरिका के मुलर एवं अन्य[15], संयुक्त राज्य के रसेल[16], यूरोप के गार्न एवं अन्य[17] वोलेन्सकी[18]) परन्तु तुलनात्मक रूप से भारत में बहुत ही कम कार्य हुए हैं (गुहा[19], कार्वे[20], बालादास[21], फुकन[22], दास[23], मुखोपाध्याय एवं अन्य[24], महन्ती एवं अन्य[25], विजय कुमार एवं अन्य[26], नारायण एवं अन्य[27])। शारीरिक मानव विज्ञान की दृष्टि से बिहार की संथाल जनजाति में बहुत ही कम अध्ययन हुआ हैं (साहु[28,29,30]) और मानवमिति के आधार पर तो कोई भी कार्य प्रकाशित नहीं हुआ है। संथाल उत्तरी-पूर्वी भारत की प्रमुख जनजातियों में से एक है जो बिहार में मुख्य रूप से संथाल परगना, हजारीबाग, गिरिडीह, धनबाद, सिंहभूम आदि जिलों में पायी जाती है। हटन[31] ने इन्हें प्रोटोआस्ट्रोलायड की संज्ञा दी है। इनकी भाषा संथाली है जो अनार्यन या आष्ट्रीक भाषा-परिवार के अन्तर्गत आती है।

प्रयोगात्मक

प्रस्तुत शोधकार्य के लिये असम्बन्धित संथाल जनजाति के 210 बालकों तथा तेली जाति के 310 बालकों को मापा गया जिनकी उम्र 6 वर्ष से 17 वर्ष की थी। संथाल जनजाति के लिये गिरिडीह जिले के पंदना जबरदाहा; फुलचो गाँव तथा तेली जाति के लिये साँकुल, रसदा, जिला हजारीबाग से आँकड़े उपलब्ध किये गये। संथालों में 14% बच्चे अपेक्षाकृत संभ्रांत परिवारों के थे जबकि तेली जाति में 46% बच्चे संभ्रात परिवार के थे। विद्यालय में अंकित उम्र को सही माना गया तथा गैर विद्यालयी बच्चों के लिये उनके अभिभावकों द्वारा दी गई सूचना ही अंकित की गयी। मापने के लिये मार्टिन[32] की विधि अपनाई गई तथा सभी मापों को मिलीमीटर में अंकित किया गया। भार पौंड में लिया गया। इसके लिये जूतों को हटा दिया गया और शरीर पर कम से कम वस्त्र रखे गये। मापों के बीच पारस्परिक सह-सम्बन्ध गुणांक '*r*' आंकने के लिये वेली[33] के द्वारा प्रतिपादित नियम अपनाया गया तथा पारस्परिक

सह-सम्बन्ध गुणांक 'r' को महत्वपूर्ण होने के लिये 't' का मान (स्टुडेन्ट्स 't' टेस्ट) की गणना निम्न-लिखित सूत्र से की गई—

$$t=r\frac{\sqrt{((n-2))}}{\sqrt{((1-r^2))}}$$

जहाँ r=सह-सम्बन्ध गुणांक, n=नमूनों की संख्या है।

मानवमितीय अध्ययन के लिये मापे जाने वाले प्रत्येक माप (जो किन्हीं दो बिन्दुओं के बीच ली जाती है) के लिये कुछ निश्चित बिन्दुओं का प्रयोग किया गया है जो अन्तर्राष्ट्रीय मान्यताप्राप्त हैं।

(i) **ग्लैबेल** (g) : सबसे अधिक उभरा हुआ वह बिन्दु है जो दोनों भौहों के बीच ललाटास्थि मध्यस्थ रेखा पर स्थित होता है।

(ii) **ओपिस्थोक्रेनियन** (op) : ग्लबेला से सबसे अधिक दूर सिर के पीछे ऑक्सिपिटल पर बीचोबीच रेखा पर स्थित बिन्दु। इस बिन्दु का कोई एक निश्चित स्थान नहीं होता।

(iii) **इयूरियन** (eu) : सिर के पार्श्वभाग में स्थित वह बिन्दु जिनके बीच की दूरी की अधिक-तम चौड़ाई बताती है। यह बिन्दु पार्श्वस्थि पर ही निश्चित किया जाता है।

(iv) **वर्टेस** (v) : सिर को फ्रैंकफर्ट हॉरिजन्टल प्लेन (FH) में रखते हुए सिर की मध्यस्थ रेखा पर सबसे ऊँचा बिन्दु।

(v) **ट्रेगियन** (t) : कान के ट्रेगस के ठीक ऊपर का गढ़ा।

(vi) **फ्रोन्टोटेम्पोरल** (ft) : ललाटास्थि के टेम्पोरल क्रेस्ट पर सबसे भीतरी बिन्दु।

परिणाम तथा विवेचना

प्रत्येक आयु में बालकों की संख्या कम होने के कारण सभी बालकों को तीन आयु-समूहों में रखा गया और आवश्यकता पड़ने पर यह माना गया कि यदि किसी बालक की उम्र 9 वर्ष 1 महीना से 6 महीना तक है तो उसे 9 वर्ष के अन्तर्गत रखा गया और यदि उसकी उम्र 9 वर्ष 7 महीने से ऊपर है तो उसे 10 वर्ष के अन्तर्गत रखा गया। इसी प्रकार अन्य समूहों में भी किया गया। इस प्रकार प्रस्तुत शोधकार्य में आयु-समूहों में बालकों की संख्या निम्नलिखित है—

आयु-समूह	कुल संख्या	
	संथाल	तेली
6-9	52	74
10-13	94	133
14-17	64	103
	210	310

सारणी 1

संथाल जनजाति के विभिन्न मापों से सम्बन्धित आंकड़े

आयु-समूह	माप	विस्तार (मि० मी० में)	माध्य त्रुटि के साथ	मानक विचलन त्रुटि के साथ
6-9	कद	1172—1480	1230.35±0.531	5.12±0.241
	सिर की ऊँचाई	104—124	119.24±0.402	7.21±0.324
	शीर्ष देशना	68.5—80.3	73.41±0.235	4.26±0.167
	फ्रोन्टोपेरायटल देशना	67.3—82.4	74.82±0.429	4.11±0.182
	भार	44—65	48.47±0.432	4.89±0.192
10-13	तथैव	1200—1640	1468.23±0.512	5.20±0.212
		104—132	119.03±0.402	7.32±0.311
		68.0—81.5	73.62±0.221	4.15±0.158
		68.9—84.4	75.51±0.216	4.21±0.169
		42—102	68.62±0.413	4.62±0.178
14-17	तथैव	1388—1740	1602,13±0.521	5.17±0.232
		106—140	121.15±0.468	7.19±0.337
		68.6—81.8	75.01±0.215	4.26±0.135
		68.4—84.5	75.92±0.261	4.31±0.152
		70—135	92.46±0.432	4.12±0.206

सारणी 1 और 2 के विवेचन से पता चलता है कि 6 से 17 वर्ष के बालकों में जैसे-जैसे कद का मध्यमान बढ़ता जाता है वैसे-वैसे सिर की ऊँचाई, शीर्ष देशना, फ्रोन्टोपेरायटल देशना एवं भार का मध्यमान बढ़ता जाता है। संथाल जनजाति की तुलना में तेली जाति का मध्यमान सभी आयु-समूह में अधिक है जिसमें सिर की ऊँचाई का मध्यमान तुलनात्मक रूप से अन्य सभी मध्यमानों से अधिक है।

सारणी 3 में विभिन्न आयु-समूह के बालकों के कद को 6 भागों में विभक्त किया गया है — अति नाटा, नाटा, साधारण से कम, साधारण, साधारण से अधिक तथा लम्बा। आयु-समूह 6-9 वर्ष में

संथाल बालकों में साधारण से कम कद वाले बालक (35%) अधिक हैं तथा नाटा, साधारण और साधारण से अधिक वर्गों में क्रमशः 20%, 20% तथा 18% बालक पाये गये हैं। तेली जाति में साधारण से कम कद वाले बालकों की संख्या अधिक (40%) है लेकिन साधारण कद वाले बालकों की भी संख्या अधिक (30%) ही है। संथालों में बालकों की संख्या चार वर्गों में विभाजित मिले हैं जबकि तेली जाति में सिर्फ दो ही वर्गों में 70% बालक पाये गये हैं।

सारणी 2

तेली जाति के विभिन्न मापों से सम्बन्धित आँकड़े

आयु-समूह	माप	विस्तार (मि० मी० में)	माध्य त्रुटि के साथ	मानक विचलन त्रुटि के साथ
6-9	कद	1150—1500	1260.23±0.566	5.46±0.214
	सिर की ऊँचाई	103—128	119.96±0.462	7.38±0.311
	शीर्ष देशना	68.2—80.3	75.26±0.324	4.12±0.197
	फ्रोन्टोपेरायटल देशना	69.5—79.4	76.41±0.247	4.42±0,163
	भार	48—70	52.04±0.416	4.66±0.196
10-13	तथैव	1240—1680	1488.46±0.499	5.43±0.263
		104—140	122.49±0.411	7.67±0.343
		68.6—82.8	76.42±0.322	4.26±0.201
		68.8—83.6	77.11±0.219	4.45±0.166
		50—108	72-08±0.403	4.27±0.128
14-17	तथैव	1370—1735	1618.26±0.513	5.36±0.222
		108—142	126.21±0.426	7.43±0.328
		68.3—83,6	77.34±0.342	4.28±0.198
		68.6—84.8	78.18±0.233	4,69±0.187
		72—142	98.43±0.446	4.26±0.182

सारणी 3

कद के आधार पर बालकों का वर्गीकरण

आयु-समूह	कद	विस्तार (मिमी० में)	संथाल % में	तेली % में
6-9	अति नाटा	1150—1200	4	5
	नाटा	1200—1250	20	12
	साधारण से कम	1250—1300	35	40
	साधारण	1300—1350	20	30
	साधारण से अधिक	1350—1400	18	8
	लम्बा	1400—अधिक	3	5
10-13	तथैव	1250—1300	2	1
		1300—1350	3	2
		1350—1400	6	4
		1400—1450	60	58
		1450—1500	23	28
		1500—अधिक	6	7
14.17	तथैव	1400—1450	4	2
		1450—1500	4	8
		1500—1550	12	8
		1550—1600	15	11
		1600—1650	55	58
		1650—अधिक	10	13

10-13 वर्ष के आयु-समूह में दोनों ही (संथाल 60% तथा तेली 58%) मामलों में बालकों की संख्या साधारण कद वाले ग्रुप में अधिक पायी गयी है और साधारण से अधिक कद वाले ग्रुप के अन्तर्गत संथाल 23% तथा तेली 28% मिले हैं। इससे पता चलता है कि इस आयु-समूह में दोनों ही

प्रकार के बालकों में वृद्धि हुई है। अति नाटा कद वाले बालकों में कमी पायी गयी है और लम्बे कद वाले बालकों में वृद्धि हुई है।

14-17 आयु-समूह में बालकों में लम्बे होने की प्रवृत्ति पुनः पायी गयी है और दोनों ही प्रसंगों में (संथाल 55% तथा तेली 58%) अधिकांश बालकों की संख्या साधारण से अधिक कद वाले ग्रुप में देखी गयी है। इस आयु-समूह में लम्बे कद वाले बालकों की संख्या 6-9 आयु-समूह से दोगुणी अधिक पायी गयी है।

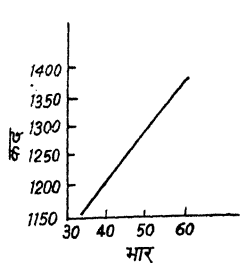
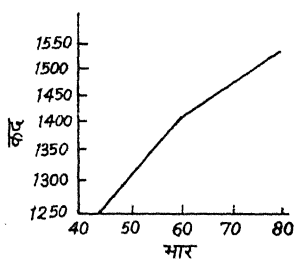
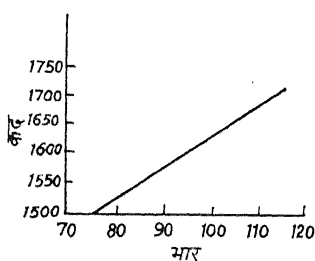
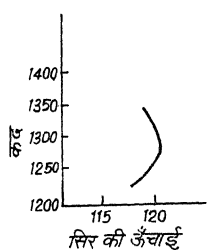
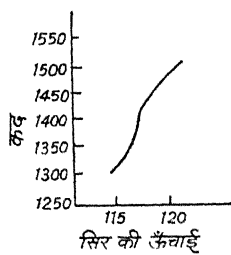
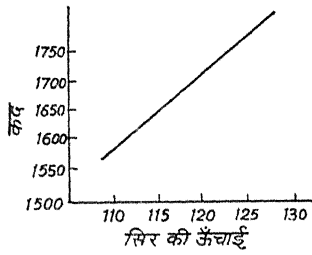
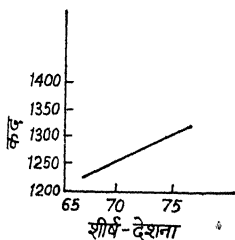
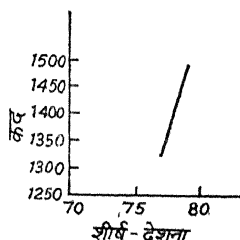
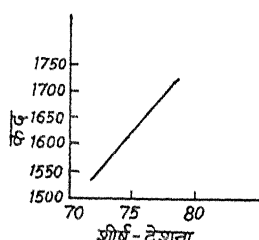
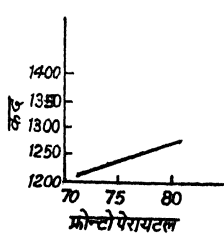
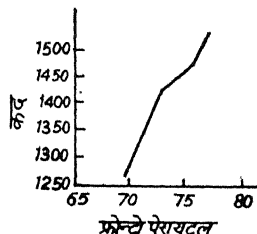
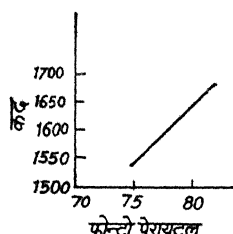
प्रथम आयु-समूह में बालक 3-4 ग्रुपों में बंटे थे जो दूसरे आयु-समूह में घटकर दो ग्रुपों में आ गये और अन्त में यानी तीसरे आयु-समूह में एक ही वर्ग (साधारण से अधिक कद) के कद में पाये गये।

सारणी 4

शीर्ष देशना के आधार पर सिर का वर्गीकरण

सिर की आकृति	विस्तार (मिमी० में)	संथाल % में	तेली % में
हाइपर डोलिकोसिफेलिक	68.0—69.9	1	2
डोलिकोसिफेलिक	70.0—75,9	50	35
मिसोसिफेलिक	76.0—80.9	47	56
ब्रेकीसिफेलिक	81.0—85.9	2	7
हाइपर ब्रेकीसिफेलीक	86.0 से अधिक	0	0

सारणी 4 में शीर्ष-देशना के आधार पर सिर को 5 भागों में वर्गीकृत किया गया है—हाइपर डोलिकोसिफेलिक (अत्यधिक लम्बे सिर वाले), डोलिकोसिफेलिक (लम्बे सिर वाले), मिसोसिफेलिक (मध्य सिर वाले), ब्रेकीसिफेलिक (चौड़े सिर वाले) तथा हाइपर ब्रेकीसिफेलिक (अत्यधिक चौड़े सिर वाले)। संथाल में लम्बे सिर वाले बालकों की संख्या 50% है तथा मध्य सिर वाले बालकों की संख्या 47% है। अति लम्बे सिर वाले तथा चौड़े सिर वाले बालक क्रमशः 1% तथा 2% पाये गये हैं। तेली जाति में मध्य सिर वाले बालक अधिक (56%) हैं और लम्बे सिर वालों की संख्या 35% हैं। दोनों ही प्रसंगों में हाइपर ब्रेकीसिफेलिक बालक नगन्य हैं।

रेखाचित्र (पृष्ठ 205) में कद एवं भार को दर्शाया गया हैं। आयु-समूह 6-9 वर्ष में जैसे-जैसे कद बढ़ता है वैसे-वैसे भार में वृद्धि पाया गया है। कद एवं भार में वृद्धि एक रैखिक गति को इंगित करता है जो भार से लगभग 60° का कोण बनाता है।

कद
भार
आयु-समूह
(6-9)
आयु-समूह
(10-13)
आयु-समूह
(14-17)
सिर की ऊँचाई
(6-9)
(10-13)
(14-17)
शीर्ष-देशना
(6-9)
(10-13)
(14-17)
फ्रोन्टो पेरायटल
देशना
(6-9)
देशना
(10-13)
देशना
(14-17)

आयु-समूह 10-13 वर्ष में भी भार में वृद्धि होती है लेकिन एक सीधी रेखा में न होकर बीच में कुछ परिवर्तन पाया गया है। शुरू में वृद्धि की गति पहले ही आयु-समूह के जैसा 60° का कोण बनाते हुए मिलता है लेकिन बीच में जब भार 60 पौण्ड के लगभग पर पहुँच जाती है तब वृद्धि की गति लगभग 45° के कोण पर सीधी बढ़ती है। यही क्रम 14-17 वर्ष की आयु-समूह में भी मिलता है जिसका अधिकतम भार 110 पौण्ड है। अतः 10-13 आयु-समूह में दो प्रकार की वृद्धि पायी गयी है।

कद एवं सिर की ऊँचाई में 6-9 आयु-समूह में सार्थक परिणाम नहीं पाया गया है। कद बढ़ने के साथ-साथ शुरू में सिर की ऊँचाई में वृद्धि हुआ है लेकिन धीरे-धीरे पुनः वापस 117 मिमी० तक लौट गयी है। आयु-समूह 10-13 में कद के साथ-साथ सिर की ऊँचाई में भी वृद्धि हुआ है लेकिन वृद्धि की गति एक सीधी रेखा में न होकर कुछ टेढ़ी-मेढ़ी पायी गयी है। आयु-समूह 14-17 में सिर की ऊँचाई की वृद्धि भी भार की ही जैसी मिलती है।

कद एवं शीर्ष-देशना के बीच कद के साथ-साथ शीर्ष-देशना की वृद्धि में सार्थक परिणाम मिले हैं। आयु-समूह 6-9 के बीच वृद्धि 65 से 75 के बीच लगभग 45° कोण को बनाते हुए देखा गया है। आयु-समूह 10-13 में यह वृद्धि अचानक बढ़कर लगभग 90° के क्रम में हो जाती है लेकिन 14-17 आयु-समूह में वृद्धि 90° से घटकर लगभग 60° कोण पर आ जाती है।

कद एवं फ्रोन्टोपेरायटल देशना के बीच भी सार्थक परिणाम पाया गया है। आयु-समूह 6-9में वृद्धि 30° के रूप हुआ है। 10-13 आयु-समूह में अधिकांशतः 80° के रूप में बढ़ा है फिर बीच में 60° के कोण पर भी वृद्धि पाया गया है। आयु-समूह 14-17 में वृद्धि पुनः लगभग 60° के क्रम में मिला है।

दर्शाये गये रेखाचित्र के आधार पर हम पाते हैं कि कद की वृद्धि के साथ-साथ अन्य चारों मापो में वृद्धि का स्वरूप 10-13 आयु-समूह में एकाएक परिवर्तित हो जाता है जबकि अन्य दोनों आयु-समूहों में(दक एवं सिर की ऊँचाई 6-9 आयु-समूह को छोड़कर)धनात्मक वृद्धि हुआ है।

प्रस्तुत अध्ययन के लिये निम्नलिखित मापों के बीच पारस्परिक सह-सम्बन्ध गुणांक निकाला गया है—

(i) कद एवं भार

(ii) कद एवं सिर की ऊँचाई

(iii) कद एवं शीर्ष-देशना

(iv) कद एवं फ्रोन्टोपेरायटल देशना

सारणी 5a

संथाल जनजाति के विभिन्न आयु-समूह में पारस्परिक सह-सम्बन्ध गुणांक 'r'

सह-सम्बन्ध	6-9 वर्ष (n=52)		10-13 वर्ष (n=94)		14-17 वर्ष (n=64)	
	'r' का मान	't' का मान	'r' का मान	't' का मान	'r' का मान	't' का मान
कद एवं भार	+0.2±0.02	5.1*	+0.8±0.04	22.04*	+0.040±4.03	11.5*
कद एवं सिर की ऊँचाई	+0.2±0.04	3.7*	+0.2±0.01	5·4*	+0.6±0.05	12.8*
कद एवं शीर्ष देशना	+0.1±0.03	1.94	−0.4±0.08	4.2*	+0.3±0.09	3.16*
कद एवं फ्रोन्टोपेरायटल देशना	−0.6±0.04	3.8*	+0.2±0.06	8.2*	+0.9±0.01	11.7*

*महत्वपूर्ण अन्तर दर्शाता है (0.05 पर)

सारणी 5b

तेली जाति के विभिन्न आयु-समूह में पारस्परिक सह-सम्बन्ध गुणांक

सह-सम्बन्ध	6-9 वर्ष (n=74)		10-13 वर्ष (n=133)		14-17 वर्ष (n=103)	
	'r' का मान	't' का मान	'r' का मान	't' का मान	'r' का मान	't' का मान
कद एवं भार	+0.6±0.02	4.2*	+0.8±0.03	28.6*	+0.3±0.06	16.8*
कद एवं सिर की ऊँचाई	−0.9±0.06	3.7*	+0.2±0.02	11.9*	+0.5±0.05	11.9*
कद एवं शीर्ष देशना	−0.2±0,04	1.2	−0.3±0.06	1.99	+0.4±0.02	6.7*
कद एवं फ्रोन्टोपेरायटल देशना	+0.3±0.05	4.9*	−0.4±0.05	7.78*	+0.6±0.06	9.8*

*महत्वपूर्ण अन्तर दर्शाता है (0.05 पर)

सारणी—5 में विभिन्न आयु-समूह में पारस्परिक सह-सम्बन्ध गुणांक '*r*' को दर्शाया गया है। सारणी के विश्लेषण से पता चलता है कि संथाल बालकों में कद एवं भार तथा कद एवं सिर की ऊँचाई के बीच सभी आयु-समूह में महत्वपूर्ण धनात्मक पारस्परिक सह-सम्बन्ध है ।

कद एवं शीर्ष देशना के बीच तीनों आयु-समूह में अलग-अलग मान प्राप्त हुआ है । प्रथम आयु-समूह में किसी भी प्रकार का महत्वपूर्ण अन्तर नहीं है, दूसरे आयु-समूह में महत्वपूर्ण लेकिन ऋणात्मक परिणाम पाया गया है और अंतिम आयु-समूह में महत्वपूर्ण धनात्मक परिणाम मिला है ।

कद एवं फ्रोन्टोपेरायटल देशना के बीच सिर्फ 6-9 वर्ष के आयु-समूह को छोड़कर अन्य दोनों आयु-समूहों के बीच महत्वपूर्ण धनात्मक पारस्परिक सह-सम्बन्ध आता है जबकि प्रथम आयु-समूह महत्व-पूर्ण ऋणात्मक पारस्परिक सह-सम्बन्ध प्राप्त होता है ।

तेली जाति में कद एवं भार तथा कद एवं सिर की ऊँचाई के बीच पारस्परिक सह-सम्बन्ध संथाल जैसा ही है सिर्फ कद एवं सिर की ऊँचाई के बीच 6-9 वर्ष के आयु-समूह में महत्वपूर्ण ऋणात्मक परिणाम मिला है ।

कद एवं शीर्ष देशना के बीच महत्त्वपूर्ण धनात्मक परिणाम सिर्फ 14-17 वर्ष के आयु-समूह में मिला है जबकि अन्य दोनों आयु-समूह के बालकों के बीच दोनों का पारस्परिक सह-सम्बन्ध ऋणात्मक और निरर्थक पाया गया है ।

कद एवं फ्रोन्टोपेरायटल देशना के बीच महत्वपूर्ण सह-सम्बन्ध मिलता है लेकिन 10-13 वर्ष के बालकों के बीच ऋणात्मक परिणाम मिले हैं ।

साहु[34] ने राँची जिले के उराँव जनजाति के असम्बन्धित बालकों की चार मानवमितीय मापों के बीच पारस्परिक सह-सम्बन्ध गुणांक (*r*) को दर्शाया है और पाया कि 6-17 वर्ष के बच्चों में जैसे-जैसे कद का मध्यमान बढ़ता जाता है वैसे-वैसे भार, शीर्ष देशना तथा फ्रोन्टोपेरायटल देशना का मध्यमान बढ़ता जाता है । पारस्परिक सह-सम्बन्ध गुणांक के विभिन्न आयु-समूह के 12 मापों में से 9 स्थिति में महत्वपूर्ण अन्तर मिला है जिनमें 4 ऋणात्मक पारस्परिक सह-सम्बन्ध देखा गया है ।

प्रस्तुत अध्ययन में विभिन्न आयु-समूह के 12 मापों में से संथाल जनजाति में 11 और तेली जाति में 10 स्थितियों में महत्वपूर्ण अन्तर पाया गया है जिनमें संथाल में एक और तेली में दो ऋणात्मक पारस्परिक सह-सम्बन्ध सम्मिलित हैं । इस प्रकार दो मापों के बीच पारस्परिक सह-सम्बन्ध गुणांक '*r*' के मान में थोड़ा बहुत अन्तर संयोग सैम्पलिंग तथा सम्भ्रान्त परिवारों से आये बच्चों के कारण हो सकती है ।

निर्देश

1. मुखर्जी, आर०, द इंडि० जर० ऑफ स्टेटिक्स, 1951, 2, 47
2. मुखर्जी, आर०, अप्ला० एन्थ्रो०ईन इंडि०, 1968, 508.
3. मोन्टागु, एम० एफ० ए०, स्प्रीग फिल्ड, यु० एस० ए०, 1960.
4. वीगवुड, एफ० जे०, लीग आफ नेशन्स, 1939, III-1.
5. स्ट्राउट, एच० डब्ल्यु०, ए डेमोन तथा आर० ए०मैकफारलेन, ह्यूमे० बायो०, 1960, 32-331.
6. न्यूमेन, आर० डब्ल्यु०, अप्ला० एन्थ्रोपोमेट्री इन ऐन इनवे० 1953.
7. मुरले, के० एफ० एच०, डाटा ऑन ह्यूमे० पर० ईन डिजा०, 1957.
8. वर्मा, वी० के०, अप्ला० फिजि० एन्थ्रो० पि० हेल्थ, 1959.
9. वर्मा, वी० के०, इस्टर्न एन्थ्रो० 1960, 13, (4).
10. डेम्पटर, डब्ल्यु० टी०, द एन्थ्रो० वाडी० एक्स० 1955a, 63, 4.
11. मेफरलेण्ड, ए०, रॉस, डब्ल्यु० एच० तथा स्टाउट, एन० आर०, अप्ला० फिजि० एन्थ्रो०, 1963, 1-10
12. फुरुसो, टी०, जापान जर्न० ऑफ ह्यूमे० जेने० 1964, (9), 35-45.
13. वाक, एल तथा मेलकन, एल० ए०, मेडि० जर्न० ऑफ आस्ट्रे० 1969, (2), 129-136,
14. मेलकन, एल० ए०, मोनो० सिरि० न० 1 ई० ऑफ ह्यूमे० बाय०, 1970.
15. मुलर, डब्ल्यु० एच० तथा डिटकोन, एम०, जर्न० ऑफ ह्यूमे० बाय०, 1977, (4), 1-15.
16. रसेल, एम, ह्यूमे० बाय०, 1976, 48, 501-515.
17. गार्न, एस० एम० तथा क्लार्क, डी० सी०, पेडिये०, 1976, 57, 443.456.
18. वोलेन्सकी, एन०, स्ट० इन ह्यूमे० इको०, 1979, 3, 133-145.
19. गुहा, बी० एस०, सेंसस ऑफ ईंडि०, 1935, भाग-1, खण्ड-III.
20. कार्वे, इरावती, एन्थ्रो० मेज० ऑफ द मराठा, 1948.
21. बाला दास, प्रिया, बुले० डिपा० आफ एन्थ्रो०, 1973, 11, 24-31,
22. फुकन, एम० एन० तथा दास, एच०, बही, 1973, 1-11, 13-23.
23. दास, बी० एम०, जेड० मोरफो० एन्थ्रो० 1970, 62(3), 259-266.

24. मुखोपाध्याय, पी०, सिंह, आई० पी० तथा मलिक, एस० एल०, **मोर्डन ट्रें० इन एन्थ्रो०**, 1989, 99-112.

25. महतो, ए० के० तथा साहु, पी० एन०, वही, 1989, 131-136.

26. विजय कुमार, पी० तथा मिश्रा, एम, वही, 1989, 137-140.

27. नारायण, पी० एल०, जनार्दन के० तथा डेविड, एच० एस०, वही 1989, 141-146.

28. साहु, चदुर्भुज,, आरोही,1982.

29. साहु, चतुर्भुज, बार्ष्णेय, ए० के० तथा साहु, बी० इरुका, 1987, 7-8.

30. साहु, चतुर्भुज, **विज्ञान परिषद अनु० पत्रिका**, 1992, 35.

31. हटन, जे० एच०, **सेशस ऑफ इंडि०**, 1941, भाग-1, हिस्सा-3.

32. मार्टिन, आर०, **लेब्र बुक डर एन्थ्रो०**, 1928, 1-2-3.

33. बेली, एन० टी० जे०, **स्टेटि० मेथ० इन बायो०**, 1959.

34. साहु, चतुर्भुज, **विज्ञान परिषद अनु० पत्रिका**, 1990, 33 (2), 129-134.

Vijnana Parishad Anusandhan Patrika, Vol. 35, No. 3, 1992

मध्यावधि चुनाव 1991 की सम्भावनाएँ एवम् उनका गणितीय विश्लेषण

सुभाष चन्द्र
गणित विभाग
मोतीलाल नेहरू रीजनल इंजीनियरिंग कालेज, इलाहाबाद
तथा
वीरेन्द्र
गणित विभाग, इलाहाबाद विश्वविद्यालय, इलाहाबाद

[प्राप्त—जनवरी 26, 1992]

सारांश

यह शोध-पत्र चुनाव के क्षेत्र में एक शुद्ध गणितीय प्रारूप प्रस्तुत करता है। हमारी जानकारी के अनुसार चुनाव-क्षेत्र में गणित का यह एक नया एवम् पहला प्रयास है। चुनाव-अवधि में विभिन्न दलों के मतों के लिए अवकल समीकरण के माध्यम से वृद्धि/ह्रास दर निकाला गया है, जो चुनाव तिथि पर पड़ने वाले मतों को स्पष्ट करने में सक्षम है। प्राप्त मत-प्रतिशत और विजयी प्रत्याशियों की संख्या में एक सम्बन्ध सम्भव है जिसके आधार पर सत्ता में आने वाले दल के सम्बन्ध में भविष्यवाणी की जा सकती है। इस निदर्श-रचना में प्रयुक्त समीकरण को बिमा-रहित प्राचरों में व्यक्त किया गया है, जिससे चुनाव अवधि के जटिलता को सरल करने में सहायता मिलती है। विश्लेषण के निष्कर्ष से यह स्पष्ट हो जाता है कि कांग्रेस (आई) ही सत्ता में आयेगी और भारती जनता पार्टी तथा जनता दल (अपने सहयोगियों के साथ) लगभग समान स्तर पर रह कर विपक्ष की भूमिका निभायेंगे।

Abstract

Mid term poll 1991 : possibilities and its mathematical analysis. *By* Subhash Chandra, Mathematics Department, Motilal Nehru Regional Engineering College, Allahabad and Virendra, Mathematics Department, Allahabad University, Allahabad.

This research paper presents a pure mathematical model in field of elections. According to our knowledge this is a new and first mathematical attempt in field of elections. During election period the differential equation for growth/decay of votes of various parties have been obtained which is capable to predict the final voting pattern. There is a direct relation between voting percentage and elected candidates on the basis of which it is possible to predict the ruling party. The equation used in the modelling has been deduced to dimensionless variables which helps in smoothing out the various difficulties of election period. It has been concluded that the Congress (I) will rule the nation and BJP, JD (with its associates) practically being of equal strength will serve the opposition.

मानव निर्मित मशीन के सम्बन्ध में प्रागुक्ति होती रही है। मनुष्य, प्रकृति द्वारा निर्मित सर्वोत्तम मशीन है अतः इसके स्वभाव में भी प्रागुक्ति सम्भव हो सकती है। यही प्रेरणा रही है इस शोध-पत्र को तैयार करने में। चुनाव में मानव के सामूहिक स्वभाव की मुख्य भूमिका होती है, उसके व्यक्तिगत स्वभाव की नहीं। अतः मानव के सामूहिक मनोवैज्ञानिक एवम् परिस्थितियों के विरुद्ध उसकी प्रतिक्रिया का सही आकलन भी चुनाव के गणित में आवश्यक होता है। गणितीय निदर्श-रचना में इन तथ्यों पर भी ध्यान देना होगा। चुनाव की अवधि में, मतों में अचानक तीव्र उच्चावचन भी हो सकता है और क्रमिक उतार-चढ़ाव भी। इस निदर्श-रचना में हमने परिवर्ती-परिवर्तन को ही ध्यान में रखा है, जिसके अधीन मतों में विचरण लगभग ± 5 प्रतिशत होने की सम्भावना हो सकती है। किसी विशेष परि-स्थिति में यह सीमा घट-बढ़ भी सकती है।

मतों में विचरण के कई महत्वपूर्ण कारक होते हैं, कुछ राष्ट्रीय और कुछ स्थानीय। कभी-कभी प्रत्याशियों के चयन और क्षेत्र-विशेष में विभिन्न दलों में प्रत्याशियों के संचय भी मतों के उतार-चढ़ाव के लिए उत्तरदायी हो सकते हैं, कुछ राष्ट्रीय समस्यायें भी इसे प्रभावित करती हैं। इस गणितीय विवेचन में व्यक्तिगत एवम् क्षेत्रीय समस्याओं का समावेश नहीं हो सकता है, परन्तु प्रमुख राष्ट्रीय समस्याओं को ध्यान में रखा गया है। इसे प्रभावित करने वाले प्रभावी तथ्यों को निम्नलिखित तीन भागों में बाँटा जा सकता है।

1. मतदाता का प्रभाव-क्षेत्र

यह वह क्षेत्र है, जिसमें दल-विशेष के सम्भावित मतदाता के पाये जाने की सम्भावना होती है। एक तरह से आम बोल-चाल की भाषा में इसे दल का "वोट बैंक" भी कह सकते हैं।

2. मुद्दा

चुनाव कुछ मुद्दों पर लड़े जाते हैं। हर दल का कोई न कोई विशेष मुद्दा होता है। यदि दो या दो से अधिक दल एक ही मुद्दे पर चुनाव लड़ते हैं तो, या तो वे संगठित हो कर एक हो जाते हैं या

फिर छोटा/छोटे दल प्रभावहीन हो जाते हैं। एक तरह के मतदाता के सामने दल का चित्र इन्हीं मुद्दों के माध्यम से स्पष्ट होता है। कभी-कभी जनता भी मुद्दे उठाया करती है, जिनपर दल अपना दृष्टिकोण एवम् व्यवहार स्पष्ट करता है। इस चुनाव में मुख्यतः चार मुद्दे हैं

1. ‘‘मण्डल कमीशन रिपोर्ट’’ का कार्यान्वियन एवम् उससे सम्बन्धित पिछड़े वर्ग के सम्मान की समस्या।

2. अयोध्या में स्थित बाबर द्वारा निर्मित मस्जिद एवम् श्री राम मन्दिर की समस्या, जो प्रकारान्तर में हिन्दू-मुस्लिम समस्या भी बन गयी है।

3. डेढ़ वर्ष के अन्दर पुनः चुनाव होने से सरकार के स्थायित्व पर भी प्रश्न-चिन्ह लग गया है। अतः सरकार के स्थायित्व का भी मुद्दा है।

4. इस अफरा-तफरी में जहाँ राजनैतिक दल अपने मुद्दों एवम् ‘‘वोट बैंक’’ को सँवारने सजाने में लगे हैं, वहीं जनता मँहगाई की भीषण समस्या से जूझ रही है अतः बढ़ी कीमतों की समस्या भी है।

3. नेतृत्व

दल को जिताकर उसे शिखर पर लाने में नेतृत्व बड़ी भूमिका अदा करता है। इसके अन्दर दो तथ्यों पर विचार होगा। उच्च स्तर पर नेतृत्व में एका एवम् नेताओं के वक्तव्यों की स्पष्टता तथा उनकी स्थिरता।

वास्तव में सम्भावित मतदाता अपने मनपसन्द मुद्दे पर विचार करता है एवम् नेतृत्व उसे दिशा प्रदान करता है। इसी दृष्टिकोण से इन तथ्यों पर विचार किया जाना चाहिये। प्रभाव-क्षेत्र, मुद्दा एवं नेतृत्व दल का परिचायक है। यदि दो या दो से अधिक दल, मूल दल से टूट कर गये हों कि उनके प्रभाव-क्षेत्र एवम् मुद्दा समान हों, मात्र नेतृत्व में अन्तर हो, तो इस विवेचन में उन्हें अलग नहीं माना जा सकता, अर्थात् ये दल गणित की दृष्टि में एक ही हैं, भले ही वे व्यवहार में अलग-अलग हों।

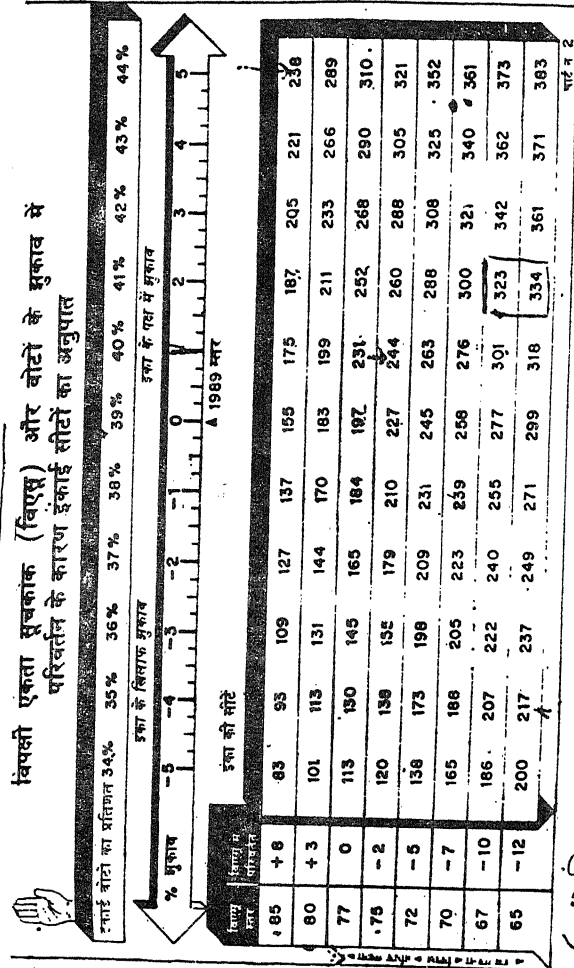
2. समस्या का सूत्रण

किसी भी राजनैतिक दल को मिलने वाला मत प्रतिशत, समय (t) के सापेक्ष रहता है अर्थात् यदि X मत प्रतिशत को सूचित करें, तो

$$X = x(t) \tag{2.1}$$

चुनाव की अवधि में यह फलन महत्वपूर्ण हो जाता है, क्योंकि इसी पर दल और प्रकारान्तर में देश का भविष्य निर्भर करता है। यों तो चुनाव में मत-प्रतिशत प्रभावी संख्या होती है, परन्तु इसका महत्व विपक्षी एकता के विचरणशील अंक से भी प्रभावित होता है। यदि संघर्ष सीधा हो, तो अधिक मत-प्रतिशत भी कम सीट दे पाता है और यदि संघर्ष त्रिकोणीय या बहुकोणीय हो, तो कम मत-प्रतिशत भी

परिशिष्ट "A"

विपक्षी एकता सूचकांक (विएसू) और वोटों के झुकाव में परिवर्तन के कारण इंकाई सीटों का अनुपात

इंकाई वोटों का प्रतिशत 34% 35% 36% 37% 38% 39% 40% 41% 42% 43% 44%

इंका के खिलाफ झुकाव — इंका के पक्ष में झुकाव

% झुकाव −5 −4 −3 −2 −1 0 1 2 3 4 5

▲ 1989 स्तर

इंका की सीटें

विएसू स्तर	विएसू में परिवर्तन	34%	35%	36%	37%	38%	39%	40%	41%	42%	43%	44%
85	+8	83	93	109	127	137	155	175	187	205	221	238
80	+3	101	113	131	144	170	183	199	211	233	266	289
77	0	113	130	145	165	184	197	231	252	268	290	310
75	−2	120	138	155	179	210	227	244	260	288	305	321
72	−5	138	173	198	209	231	245	263	288	308	325	352
70	−7	165	188	205	223	239	258	276	300	321	340	361
67	−10	186	207	222	240	255	277	301	323	342	362	373
65	−12	200	217	237	249	271	299	318	334	361	371	383

चार्ट न 2

("इण्डिया टुडे" 15 अप्रैल 1991, पृष्ठ संख्या - 39, से उद्धृत)

अधिक सीट दे सकता है। बहुकोणीय संघर्ष में विभिन्न दलों की सापेक्ष शक्ति भी महत्वपूर्ण होती है। किन्तु यह शोध-पत्र का विषय नहीं है। हम केवल मतों के विचरण पर ही विचार करेंगे और उपलब्ध आँकड़ों के आधार पर दलों को मिलने वाली सीटों का निर्धारण करेंगे। इस सम्बन्ध में "इण्डिया टुडे" (अंक 15 अप्रैल 1991, पृष्ठ संख्या 39) को अब तक के उपलब्ध आँकड़ों व तालिका में सर्वोत्तम माना जा सकता है। (परिशिष्ठ "A") सीटों के सम्बन्ध में प्रागुक्ति इन्हीं के आधार पर की गयी है।

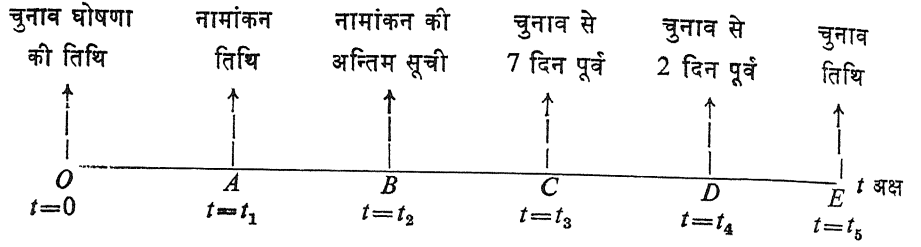
समीकरण (2.1) से स्पष्ट है कि x, t के साथ परिवर्तित होता है। इसके परिवर्तन की दर भी सामान्यत: t का फलन होगा, अर्थात्

$$\frac{dx}{dt}=F(t) \tag{2.2}$$

F दो प्रकार के प्रयासों का प्रतिफल है। एक सम्बन्धित दल के नेताओं, कार्यकर्ताओं एवम् समर्थकों को x को बढ़ाने के लिए प्रयास तथा दूसरा उसके विपक्षी नेताओं, कार्यकर्ताओं एवम् समर्थकों का x को घटाने का प्रयास। इस तरह F को A एवम् B, दो भागों में बाँटा जा सकता है, और तब समीकरण (2.2) को

$$\frac{dx}{dt}=A(t)-B(t) \tag{2.3}$$

के रूप में लिखा जा सकता है। इस फलन में समय स्वतन्त्र चर है, जो चुनाव घोषणा से लेकर मतदान होने तक विस्तृत है।

समीकरण (2.1) और समीकरण (2.2) चुनाव गणित के सामान्य समीकरण हैं। इनसे समय सापेक्ष मतों के उतार-चढ़ाव को समझा जा सकता है। किन्तु इस रूप में इनका हल निकालना जटिल कार्य है। जटिलता इसलिए भी बढ़ जाती है कि चुनाव अवधि हर चुनाव में घट-बढ़ सकती है, और इस पूरी अवधि में मतदाता को प्रभावित करने की क्षमता भी समरूप नहीं होती। चुनाव घोषणा से लेकर चुनाव तिथि तक कई तरह की प्रक्रियायें बड़ी तेजी से घटित होती हैं। कभी प्रत्याशी अपने केन्द्रीय कार्यालय पर दौड़ता है तो कभी केन्द्रीय नेतृत्व प्रत्याशियों की सूची जारी करने के लिए अपनी एड़ी-चोटी का पसीना एक करता है। इसके बाद बारी आती है जनसम्पर्क की, मतदाता को लुभाने की, अपने "वोट बैंक" पर केन्द्रित होने की तथा विपक्षी के वोट बैंक में सेंध लगाने की। क्रियायें अलग-अलग होती हैं किन्तु उनका अन्तिम लक्ष्य मत-प्रतिशत को बढ़ाने का ही होता है। क्रियाओं के अनुरूप ही उस अवधि में लक्ष्य प्राप्त करने की प्रभाव-क्षमता भी घटती-बढ़ती है। इस तरह X, समय का फलन होते हुए भी अलग-अलग अन्तरालों में, अलग-अलग तरह का व्यवहार करता है। यदि इस चुनाव के पूर्ण अवधि को उप-अन्तरालों में विभाजित किया जाय तो अन्तराल विशेष में X के बढ़ने दर में समता लाई जा सकती है। इस दृष्टि से चुनाव अवधि को निम्न पाँच भागों में बाँटा जा सकता है। अब चुनाव फलन का अध्ययन स्पष्ट रूप से पाँच उप-अन्तरालों में अलग-अलग किया जाना आवश्यक है तभी इन अन्तरालों के प्रभाव-क्षमता का उचित मूल्यांकन हो सकता है। यह एक जटिल कार्य है।

उप-समयान्तरालों में X के फलन पर ध्यान दिया जाय तो यह स्पष्ट होता है कि यह अन्तराल की प्रभावक्षमता एवं अन्तराल विशेष में बीते समय के गुणन का फलन है अर्थात्

$$X = X(E_i\, T_i) \tag{2.1a}$$

जहाँ E_i, i^{th} समयान्तराल की प्रभाव-क्षमता है एवं T_i उस अन्तराल में बीता समय, यानी

$$0 \leqslant T_i \leqslant t_{i+1} - t_i$$

समीकरण (2.1a) में प्रयुक्त स्वतन्त्र चर $E_i T_i$ एक तरह से समय का मापन है। अतः समय के किसी उपयुक्त प्राचर से इसे विस्थापित किया जा सकता है। हम मान लेते हैं कि

$$E_i\, T_i = k_i \tau \tag{2.4}$$

जहाँ τ एक विमारहित समय मापांक है, एवं k_i, i^{th} समय अन्तराल का स्थिरांक। सामान्यतः k_i का मान हर अन्तराल एवं हर चुनाव के लिए अलग-अलग हो सकता है। किन्तु विशेष परिस्थिति, जिसमें यह चुनाव हो रहा है ,जहाँ चुनाव एक मजबूरी है, हर दल इसके लिए पूर्व से ही तैयार है, अपनी योजना में संलग्न है, मुद्दे एवं मतदाता तक को स्पष्ट रूप से बाँट रखा है, k_i में समय अन्तराल के सापेक्ष विचलन की सम्भावना न्यूनतम है। ऐसी स्थिति में, सामान्य स्थिति को बिना नुकसान पहुँचाये हम मान सकते हैं कि

$$k_i = 1 \tag{2.5a}$$

एवम्

$$E_1\bar{T}_1 = E_2\bar{T}_2 = E_3\bar{T}_3 = E_4\bar{T}_4 = E_5\bar{T}_5 = 1 \tag{2.5b}$$

जहाँ $\bar{T}_i$, i^{th} अन्तराल के पूर्व अवधि को सूचित करता है।

समीकरण (2.1a) से समीकरण (2.5b) तक के विवेचन से यह स्पष्ट हो गया है कि समयान्तरालों को τ के 1, 2, 3, 4, 5 मानों से सूचित किया जा सकता है तथा τ के समावेश से इन अन्तरालों में एकरूपता आ जाती है। अब अलग-अलग अन्तरालों में अलग-अलग अध्ययन न होकर τ के एक सतत् फलन का अन्तराल [0, 5] में अध्ययन पर्याप्त है। यदि मत प्रतिशत X को चुनाव आरम्भ ($\tau=0$) होने के मत प्रतिशत x_0 के अनुपात में देखें तो समीकरण (2.3) को निम्न रूप में लिखा जा सकता है।

$$\frac{d\bar{x}}{d\tau} = A(\tau) - B(\tau) \qquad (2.6)$$

जहाँ

$$\bar{x} = \frac{x}{x_0}$$

यही हमारा मुख्य सूत्रण है। इसी आधार पर हम नीचे भारतीय जनता पार्टी, जनता दल तथा समाजवादी जनता दल संयुक्त एवम् भारतीय राष्ट्रीय कांग्रेस के मतों के विषय में विचार करेंगे।

3. भारतीय जनता पार्टी (भा० ज० पा०)

आरम्भ में भा० ज० पा० के कार्यकर्त्ताओं को स्तम्भित प्रतिपक्ष के कारण खुला क्षेत्र मिलेगा, तथ धर्म-परायण जनता का स्वागत। इस कारण इनका प्रयास निर्बाध एवम् सहज होगा।

अत: τ के किसी मान $\alpha(0 \leqslant \alpha < 5)$ तक $A(\tau)$ स्थिर होगा एवम् $B(\tau)=0$ अर्थात् समीकरण (2.6) निम्न रूप में परिवर्तित हो जायेगा।

$$\frac{d\bar{x}}{d\tau} = k_1, \ 0 \leqslant \tau \leqslant \alpha \qquad (3.1a)$$

परन्तु समय बीतने के साथ-साथ प्रतिपक्ष "राम" के कवच को भेदने में सक्षम होगा, अल्पसंख्यकों में भय व्यापेगा और प्रबुद्ध जनों को इसके फासीवाद से साक्षात्कार होगा, फलत: समय बीतने के साथ-साथ इसका तीव्र विरोध आरम्भ हो जायेगा। इस अन्तराल में दल के पक्ष में प्रयास तो पूर्ववत् ही रहेगा, किन्तु विपक्ष के प्रयास में अति तीव्रता होगी, जिसे "चर घातांकी रूप" द्वारा व्यक्त किया जा सकता है, अर्थात् समीकरण (2.6) का अब निम्न रूप हो जायेगा—

$$\frac{d\bar{x}}{d\tau} = k_1 - k_2 \, e^{\tau - \alpha} \qquad (3.1b)$$

$$\alpha \leqslant \tau \leqslant 5$$

पूर्वोक्त निर्णायक तथ्यों (प्रभाव क्षेत्र, मुद्दा एवम् नेतृत्व) को ध्यान में रखने पर k_1, k_2 तथा α के मान निम्नलिखित हो जाते हैं।

$$\left.\begin{aligned} k_1 &= \frac{1}{30} \\ k_2 &= \frac{1}{10} \\ \alpha &= 3.75 \end{aligned}\right\} \qquad (3.2a)$$

समीकरण (3.1a) को सीमा शर्तें $\tau=0$ पर

$$(\bar{x})_{\tau=0}=1 \tag{3.2b}$$

के अन्तर्गत समाकलित करने पर

$$\bar{x}=1+k_1\tau_1 \tag{3.3a}$$

$$0\leqslant\tau\leqslant\alpha$$

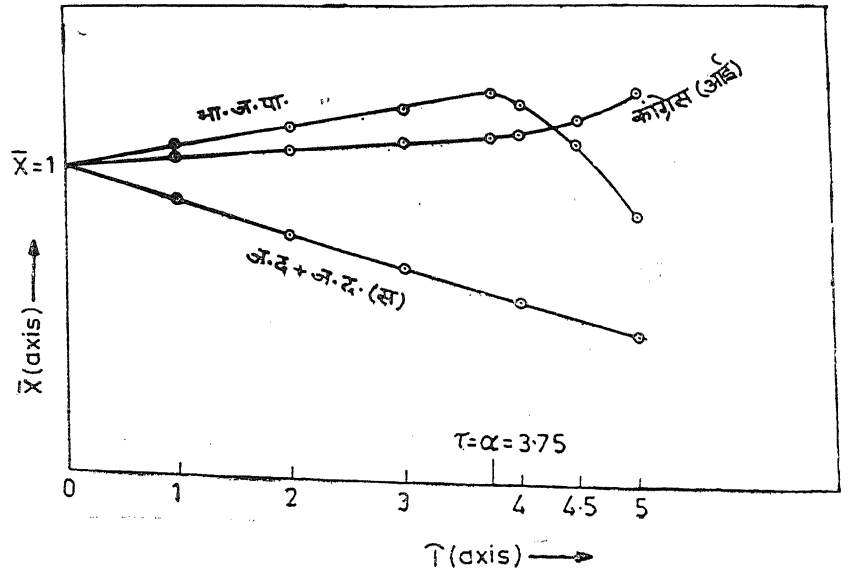
समीकरण (3.3a) से $\tau=\alpha$ पर प्राप्त $\bar{x}$ का मान ही समीकरण (3.1b) के लिए भी सीमाशर्तें है अर्थात् $\tau=\alpha$ पर

$$(\bar{x})_{\tau=\alpha}=1+k_1\alpha \tag{3.2c}$$

इस सीमा शर्त के अन्तर्गत समीकरण (3.1b) को समाकलित करने पर

$$\bar{x}=1+k_2+k_1\tau-k_2\, e^{\tau-\alpha} \tag{3.3b}$$

$$\alpha\leqslant\tau\leqslant 5$$

इस समीकरण के चित्रण से यह स्पष्ट होता है कि आरम्भ में ($\tau=\alpha=3.75$) इसके मत सीधी रेखा में ऊपर चढ़ते हैं, फिर $\tau=3.75$ पर मतों को एक हलका झटका लगता है और $\bar{X}$ का मान 1.00 से नीचे उतर जाता है, आगे सहज रूप से यह धीरे-धीरे 0.917 तक उतर जाता है।

चित्र 1

4. "जनतादल" तथा "जनता दल (स)"

इन दोनों दलों के प्रभाव क्षेत्र, चुनावी मुद्दे एक ही हैं, तथा नेतृत्व के स्वभाव, गुणों एवम् वक्तव्यों में समरूपता है। अतः गणितीय दृष्टि से इनमें भेद सम्भव नहीं हो सकता यद्यपि व्यवहारतः ये भिन्न-भिन्न दल हैं, और दूर तक इनके नेतृत्व में कोई ताल-मेल दृष्टिगोचर नहीं होता। चूंकि गणितीय प्रक्रिया में इनमें भेद नहीं है, अतः इस विश्लेषण में इन्हें एक ही साथ लिया गया है। एक ही संसदीय निर्वाचन क्षेत्र में इनके अलग-अलग प्रत्याशियों की उपस्थिति, प्रतिशत मत तथा विजयी प्रत्याशियों की संख्या को प्रभावित कर सकता है। किन्तु आमतौर पर मतदाता तुलनात्मक रूप से मजबूत प्रत्याशी का चयन कर, इस प्रभाव को कम भी कर देगा। अतः दोनों को एकसाथ लेकर किया गया विवेचन सत्य से अधिक दूर नहीं होगा।

इस वर्ग का प्रभाव-क्षेत्र, मुद्दा एवम् तर्क पूर्व निर्धारित है। प्रतिपक्ष भी एक तरह तैयार है। अतः इसके मतों का उतार-चढ़ाव सहज होगा। तब समीकरण (2.6) निम्नलिखित रूप में परिवर्तित हो जायेगा।

$$\frac{d\bar{x}}{d\tau}=k_1-k_2 \tag{4.1}$$

पूर्वोक्त निर्णायक तथ्यों (प्रभाव-क्षेत्र, मुद्दा एवम् नेतृत्व) को ध्यान में रखने पर k_1, k_2 के मान निम्न-लिखित हो जाते हैं :

$$\left.\begin{aligned} k_1&=\frac{1}{60} \\ k_2&=\frac{3}{40} \end{aligned}\right\} \tag{4.2}$$

समीकरण (4.1) को हल करने पर

$$\bar{x}=1+(k_1-k_2)\tau \tag{4.3}$$

इस समीकरण से चित्रण (चित्र 1) से यह स्पष्ट होता है कि आरम्भ से ही $\bar{x}$ का मान 1.00 से नीचे उतरता है और यह अन्त तक इसी प्रक्रिया को बनाये रखता है। यह उतार एक सरल रेखा के साथ होता है, जो अन्त में $\tau=5$ पर 0.709 तक उतरता है।

भारतीय राष्ट्रीय कांग्रेस

इन्दिरा कांग्रेस को 1989 की लोक सभा चुनाव में केन्द्र से अपदस्थ कर दिया गया था। तब इसमें बिखराव की सम्भावना प्रबल थी, किन्तु दल उस लहर को झेल कर संगठित रहा। यह नेतृत्व के संगठन, कुशलता, उसकी अपनी छवि एवम् कार्यकर्त्ताओं के दल के प्रति निष्ठा का द्योतक है। दल इस

मौके को अपनी प्रतिष्ठा वापस लाने की स्वर्णिम मौके के रूप में लेगा। दल का प्रभाव-क्षेत्र, मुद्दा एवम् तर्क सुनिश्चित है। प्रतिपक्ष का विरोध भी एक तरह से पूर्व निर्धारित है। इस रूप में यह "जनता दल" एवम् जनता दल (स) संयुक्त के अनुरूप ही व्यवहार करेगा। किन्तु भा० ज० पा० का बुद्धिजीवियों एवम् अल्पसंख्यकों का प्रतिकार इसके लिए लाभ-प्रद होगा। विपक्ष से कटने वाला मत अनुपातिक रूप में कांग्रेस को मिल जायेगा। तब समीकरण (2·6) निम्नवत् परिवर्तित हो जायेगा :

$$\frac{d\mathscr{X}}{d\tau}=k_1-k_2 \qquad (5.1a)$$

$$0\leqslant\tau\leqslant\alpha$$

तथा

$$\frac{d\mathscr{X}}{d\tau}=k_1-k_2+k'_2\, e^{\tau-\alpha} \qquad (5.16)$$

$$\alpha\leqslant\tau\leqslant 5$$

पूर्व निर्णायक तथ्यों (प्रभाव-क्षेत्र, मुद्दा एवम् नेतृत्व) को ध्यान में रखने पर, k_1, k_2, k'_2 एवम् α के मान निम्नलिखित हो जाते हैं—

$$\left.\begin{aligned} k_1&=\frac{1}{20}\\ k_2&=\frac{3}{80}\\ k_2'&=\frac{1}{40}\\ \alpha&=3.75 \end{aligned}\right\} \qquad (5.2a)$$

समीकरण (5·1a) को सीमाशर्त $\tau=0$ पर

$$(\mathscr{X})_{\tau=0}=1 \qquad (5.2b)$$

के अन्तर्गत समाकलित करने पर

$$\mathscr{X}=1+(k_1-k_2)_\tau \qquad (5.3a)$$

$$0\leqslant\tau\leqslant\alpha$$

समीकरण (5.3a) से $\tau=\alpha$ पर प्राप्त $\mathscr{X}$ का मान ही समीकरण (5.1b) के लिए सीमा शर्त है, अर्थात् $\tau=\alpha$, पर

$$(\mathscr{X})_{\tau=\alpha}=1+(k_1-k_2)\alpha \qquad (5.2c)$$

इस सीमाशर्त के अन्तर्गत समीकरण (5.1b) को समाकलित करने पर

$$x = 1 - k'_1 + (k_1 - k_2)\tau + k'_2 \, e^{\tau - \alpha} \qquad (5.3d)$$

$$\alpha \leqslant \tau \leqslant 5$$

इस समीकरण के चित्रण से यह स्पष्ट होता है कि आरम्भ से ही इसकी गति ऊपर चढ़ने की है। यद्यपि आरम्भ में यह गति बहुत धीमी है, परन्तु $\tau = 3.75$ पर इसमें एक हल्का उछाल आता है, जो सहज रूप बढ़ते हुए $\tau = 5$ पर 1.125 पर समाप्त होता है।

6. निष्कर्ष

उपर्युक्त विवेचन से हम निम्नलिखित निष्कर्ष निकाल सकते हैं :

(1) "भाजपा" "जनता दल" एवम् "जनता दल (स)" संयुक्त अपने चुनाव आरम्भ के समय के मतों को चुनाव प्रक्रिया में सँभालकर नहीं रख पाते, और उसका कुछ प्रतिशत खो देते हैं। कांग्रेस (आई) अपने मतों में वृद्धि करती है।

(2) ग्राफ का निष्कर्ष निम्न चार्ट से स्पष्ट है :

क्रम संख्या	दल	चुनाव आरम्भ में मत %	मतों में कमी/वृद्धि %	1991 में प्राप्त होने वाले संभावित प्रतिशत मत
1.	भाजपा	20.00	−1.66	18.34
2.	जद एवं जद (स)	30.00	−8.7	21.3
3.	कांग्रेस (आई)	36.00	+4.5	40.5

(उपर्युक्त आँकड़े हमारे द्वारा एकत्र आँकड़े नहीं हैं। पत्र-पत्रिकाओं में उपलब्ध आँकड़ों को पूरी गणितीय प्रक्रिया से गुजार कर, इन्हें प्राप्त किया गया है। यदि स्वतन्त्र रूप से आँकड़े एकत्र किये गये होते तो ज्यादा बेहतर होता)।

* चुनाव आरम्भ होने पर मत-प्रतिशत की गणना, पूर्व चुनाव (1989) में प्राप्त मत-प्रतिशत, उस चुनाव में खड़े प्रत्याशियों की संख्या, इस चुनाव (1991) में बढ़े प्रभावी प्रत्याशियों की संख्या एवं 1989 से चुनाव पूर्व तक की प्रभावी घटना-क्रम को ध्यान में रखकर निकाला गया है।

(3) त्रिकोणात्मक/बहुकोणात्मक संघर्ष में कांग्रेस (ई) को मिलने वाले 40.5 प्रतिशत मत, केन्द्र में स्थाई सरकार की ओर स्पष्ट संकेत देता है। इस स्थिति में इस दल को 301 से 318 के बीच सीट मिल सकने की सम्भावना है। (परिशिष्ट "A" देखें, जहाँ विपक्षी एकता सूचकांक 65-67 के बीच है।)

निर्देश

1. इण्डिया टुडे 1-15 अप्रैल 1991, अंक 11, पृष्ठ 39

Vijnana Parishad Anusandhan Patrika, Vol. 35, No. 3, 1992

जैकोबी, लागेर तथा सार्वीकृत राइस के बहुपदों के लिए जनक फलन

एस० के० निगम

गणित विभाग, शासकीय माडेल साइन्स कालेज, रीवाँ (म० प्र०)

[प्राप्त—अप्रैल 18, 1990]

सारांश

प्रस्तुत प्रपत्र का उद्देश्य दो चरों के हाइपरज्यामितीय फलन वाले कई जनक सम्बन्ध स्थापित करना है। कुछ विशिष्ट दशाओं की भी चर्चा हुई है।

Abstract

Generating function for Jakobi, Laguerre and generalized Rice's polynomials. *By* S. K. Nigam, Department of Mathematics, Government Model Science College, Rewa (M. P.).

The aim of this paper is to establish several generating relations involving Hypergeometric function of two variables. Some specializations relevant to the present discussion are also discussed.

1. प्रस्तावना

यदि हम

$$(a)_n = a(a+1)(a+2)\ldots(a+n-1),\ (a)_0 = 1,$$

संकेत का प्रयोग करें जिसमें a यादृच्छिक तथा n एक धन पूर्णांक है तो दो चरों वाले सार्वीकृत हार्न फलन को निम्न के द्वारा परिभाषित किया जावेगा।

$$H_4(\alpha, \beta, \delta, x, y) = \sum_{m,n=0}^{\infty} \frac{(\alpha)_{m-n}\,(\beta)_n\, x^m\, y^n}{(\delta)_m\, m!\, n!}, \tag{1.1}$$

$$H_5(\alpha, \beta, \delta, x, y)=\sum_{m,n=0}^{\infty} \frac{(\alpha)_{2m+n}\,(\beta)_{n-m}\, x^m\, y^n}{(\delta)_n\, m!\, n!}, \tag{1.2}$$

$$G_1(\alpha, \beta, \beta', x, y)=\sum_{m,n=0}^{\infty} \frac{(\alpha)_{m+n}\,(\beta)_{n-m}\,(\beta')_{m-n}\, x^m\, y^n}{m!\, n!}, \tag{1.3}$$

$$G_2(\alpha, \alpha' \beta, \beta' x, y)=\sum_{m,n=0}^{\infty} \frac{(\alpha)_m\,(\alpha')_n\,(\beta)_{n-m}\,(\beta')_{m-n}\, x^m\, y^n}{m!\, n!}, \tag{1.4}$$

$$\Gamma_1(\alpha, \beta, \beta', x, y)=\sum_{m,n=0}^{\infty} \frac{(\alpha)_m\,(\beta)_{n-m}\,(\beta')_{m-n}\, x^m\, y^n}{m!\, n!}. \tag{1.5}$$

प्रस्तुत शोध में हमें निम्नलिखित सम्बन्धों की भी आवश्यकता होगी।

$$H_n^{(\alpha,\beta)}(\zeta, p, v)=\frac{(1+\alpha)_n}{n!}\ {}_3F_2\left[\begin{matrix}-n, n+\alpha+\beta+1, \zeta \\ 1+\alpha \quad p\end{matrix}\ v\right] \tag{1.6}$$

$$P_n^{(\alpha,\beta)}(x)=\frac{(1+\alpha)_n}{n!}\ {}_2F_1\left[\begin{matrix}-n, n+\alpha+\beta+1, \\ 1+\alpha,\end{matrix}\ \frac{1-x}{2}\right] \tag{1.7}$$

$$L_n^{(\alpha)}(x)=\frac{(1+\alpha)_n}{n!}\ {}_1F_1\,[-n, 1+\alpha, x] \tag{1.8}$$

2 जनक सम्बन्ध

यहाँ हम निम्नलिखित जनक सम्बन्धों की स्थापना करेंगे

$$\sum_{\gamma=0}^{\infty} \frac{(\lambda)_\gamma\, z^\gamma}{\gamma!} H_4\left(\lambda+\gamma, \gamma, \delta, x(1-z), \frac{4xy}{(1-z)}\right)$$

$$=(1-z)^{-\lambda} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(\lambda)_n\, x^n}{(\delta)_n\,(\alpha-\lambda-n/2)_n}\, N_n^{(-\lambda/2-n/2,\ \frac{\lambda-2\delta}{2}-3n}$$

$$\left(\gamma, \frac{1-\lambda-n}{2}, y\right) \tag{2.1}$$

$$\sum_{\gamma=0}^{\infty} \frac{(\lambda)_\gamma\, x^\gamma}{\gamma!} H_5(\lambda+\gamma, \beta, \gamma, -xy, -x)$$

$$=\sum_{m=0}^{\infty} \frac{(\lambda)_m\, x^m}{(\gamma)_m}\, H_m^{(\gamma-\beta+1,\ 1+\beta-2\gamma-2m)}(\lambda+m, 1-\beta, y), \tag{2.2}$$

$$\sum_{\gamma=0}^{\infty} \frac{(\lambda)_\gamma z^\gamma}{\gamma!} G_2\left(\lambda+\gamma, \beta, \gamma, 1-\gamma, x(z-1), \frac{(y-1)}{2} x\right)$$

$$=(1-z)^{-\lambda} \sum_{n=0}^{\infty} (-x)^n P_n^{(-\lambda-n,\, \lambda+\beta-1)}(y), \tag{2.3}$$

तथा

$$(1-4xy)^{-\alpha} G_1\left(\alpha, \beta, \gamma, \frac{x}{(1-4xy)}, \frac{4xy}{(1-4xy)}\right)$$

$$= \sum_{m=0}^{\infty} \frac{(\alpha)_m (\gamma)_m (-x)^m}{(1-\beta)_m \left(\frac{2-\gamma-m}{2}\right)_m} H_m^{\left(\frac{-\gamma-m}{2}, \frac{-m-\gamma-2\beta}{2}\right)}\left(\beta-m, \frac{1-\gamma-m}{2}, y\right) \tag{2.4}$$

(2.1) को सिद्ध करने के लिए हम निम्नलिखित पर विचार करेंगे

$$\phi = \sum_{\gamma=0}^{\infty} \frac{(\lambda)_\gamma z^\gamma}{\gamma!} H_4\left(\lambda+\gamma, \gamma, \delta, x(1-z), \frac{4xy}{(1-z)}\right)$$

H_4 को श्रेणी रूप में व्यक्त करने पर निम्नलिखित परिणाम प्राप्त होगा

$$\phi = \sum_{\gamma=0}^{\infty} \frac{(\lambda)_\gamma z^\gamma}{\gamma!} \sum_{m,n=0}^{\infty} \frac{(\lambda+\gamma)_{m-n} (\gamma)_n (x(1-z))^m (4xy/(1-z))^n}{(\delta)_m\, m!\, n!}$$

पुनः परिणाम

$$(\lambda)_\gamma (\lambda+\gamma)_{m-n} = (\lambda)_{m-n+\gamma} = (\lambda)_{m-n} (\lambda+m-n)_\gamma$$ का प्रयोग करने पर

$$\phi = (1-z)^{-\lambda} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{n} \frac{(\lambda)_{2m-n} (\gamma)_{n-m} (x)^n (4y)^{n-m}}{(\delta)_m\, m!\, (n-m)!}$$

आन्तरिक संकलन को उलटने पर तथा निम्नलिखित परिणामों का प्रयोग करने पर

$$(\lambda)_{n-m} = \frac{(-1)^m (\lambda)_n}{(1-\lambda-n)_m} \tag{2.5}$$

$$(n-m)! = \frac{(-1)^m n!}{(-n)_m} \tag{2.6}$$

$$(\alpha)_{2n}=2^{2n}\left(\frac{\alpha}{2}\right)_n\left(\frac{\alpha+1}{2}\right)_n \tag{2.7}$$

जो (1.6) के प्रकाश में (2.1) प्रदान करता है।

(2.2) तथा (2.3) की उपपत्ति उपर्युक्त जैसी होगी।

(2.4) को सिद्ध करने के लिए हम निम्नलिखित पर विचार करेंगे

$$\Delta=(1-4xy)^{-\alpha}\,G_1\left(\alpha,\beta,\gamma,\frac{x}{(1-4xy)}\quad\frac{4xy}{(1-4xy)}\right)$$

G_1 को श्रेणी रूप में व्यक्त करने पर

$$\Delta=(1-4xy)^{-\alpha}\sum_{m,n=0}^{\infty}\frac{(\alpha)_{m+n}\,(\beta)_{n-m}\,(\gamma)_{m-n}\,(x/(1-4xy))^m\,(4xy/(1-4xy))^n}{m!\,n!}$$

पुन: परिणाम

$$(1-x)^{-\lambda}=\sum_{i=0}^{\infty}\frac{(\lambda)_i\,x^i}{i!}$$

का प्रयोग करने पर

$$\Delta=\sum_{m,n=0}^{\infty}\frac{(\alpha)_{m+n}\,(\beta)_{-m}\,(\gamma)_m\,x^{m+n}\,(4y)^n}{m!\,n!}\sum_{i=0}^{n}\frac{(-n)_i\,(\beta-m)_i}{(1-\gamma-m)_i\,i!}$$

अब सूत्र $\quad {}_2F_1[-n,b,c,1]=\frac{(c-b)_n}{(c)_n}$

का प्रयोग करने तथा सम्बन्ध (2.7) एवं (1.6) को व्यवहृत करने पर (2.4) की प्राप्ति होगी।

3. विशिष्ट दशाएँ

y के स्थान पर y/γ रखने तथा (2.1) में $\gamma\to\infty$ लेने पर

$$\sum_{\gamma=0}^{\infty}\frac{(\lambda)_\gamma\,z^\gamma}{\gamma!}\;H_5\left(\lambda+\gamma,\delta,x(1+z),\frac{4xy}{(1-z)}\right)$$

$$=(1-z)^{+\lambda}\,H_5(\lambda,\delta,x,4xy) \tag{3.1}$$

(2.2) में $\lambda=\gamma$ रखने पर

$$(1-x)^{-\lambda}\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(\beta)_n\,(x/1-x)^n}{n!}\;{}_2F_1\left[\begin{matrix}\frac{\lambda+n}{2}, & \frac{\lambda+n+1}{2}, \\ & 1+\beta-n\end{matrix}\;\frac{4xy}{(1-x)^2}\right]$$

$$(a)_{2n}=2^{2n}\left(\frac{a}{2}\right)_n\left(\frac{a+1}{2}\right)_n \tag{2.7}$$

जो (1.6) के प्रकाश में (2.1) प्रदान करता है।

(2.2) तथा (2.3) की उपपत्ति उपर्युक्त जैसी होगी।

(2.4) को सिद्ध करने के लिए हम निम्नलिखित पर विचार करेंगे

$$\Delta=(1-4xy)^{-\alpha}\, G_1\left(\alpha,\, \beta,\, \gamma,\, \frac{x}{(1-4xy)}\quad \frac{4xy}{(1-4xy)}\right)$$

G_1 को श्रेणी रूप में व्यक्त करने पर

$$\Delta=(1-4xy)^{-\alpha}\sum_{m,n=0}^{\infty}\frac{(\alpha)_{m+n}\,(\beta)_{n-m}\,(\gamma)_{m-n}\,(x/(1-4xy))^m\,(4xy/(1-4xy))^n}{m!\,n!}$$

पुनः परिणाम

$$(1-x)^{-\lambda}=\sum_{i=0}^{\infty}\frac{(\lambda)_i\, x^i}{i!}$$

का प्रयोग करने पर

$$\Delta=\sum_{m,n=0}^{\infty}\frac{(\alpha)_{m+n}\,(\beta)_{-m}\,(\gamma)_m\, x^{m+n}\,(4y)^n}{m!\,n!}\sum_{i=0}^{n}\frac{(-n)_i\,(\beta-m)_i}{(1-\gamma-m)_i\, i!}$$

अब सूत्र $\quad {}_2F_1\,[-n,\, b,\, c,\, 1]=\frac{(c-b)_n}{(c)_n}$

का प्रयोग करने तथा सम्बन्ध (2.7) एवं (1.6) को व्यवहृत करने पर (2.4) की प्राप्ति होगी।

3. विशिष्ट दशाएँ

y के स्थान पर y/γ रखने तथा (2.1) में $\gamma\to\infty$ लेने पर

$$\sum_{\gamma=0}^{\infty}\frac{(\lambda)_\gamma\, z^\gamma}{\gamma!}\; H_5\left(\lambda+\gamma,\, \delta,\, x(1+z),\, \frac{4xy}{(1-z)}\right)$$

$$=(1-z)^{+\lambda}\, H_5(\lambda,\, \delta,\, x,\, 4xy) \tag{3.1}$$

(2.2) में $\lambda=\gamma$ रखने पर

$$(1-x)^{-\lambda}\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(\beta)_n\,(x/1-x)^n}{n!}\;{}_2F_1\left[\begin{matrix}\frac{\lambda+n}{2}, & \frac{\lambda+n+1}{2}, & \frac{4xy}{(1-x)^2}\\ & 1+\beta-n & \end{matrix}\right]$$

$$= \sum_{m=0}^{\infty} (x)^m H_m^{(\lambda-\beta-1,\, 1+\beta-2\lambda-2m)} (\lambda+m, 1-\beta, y) \tag{3.2}$$

(2.3) में $\beta=0$ रखने पर

$$\sum_{\gamma=0}^{\infty} \frac{(\lambda)_\gamma z^\gamma}{\gamma!} \Gamma_1(\lambda+\gamma, \gamma, 1-\gamma, x(z-1), \frac{(y-1)}{2} x)$$

$$=(1-z)^{-\lambda} \sum_{m=0}^{\infty} (-x)^m L_m^{(-\lambda-m)} \left(\frac{1-y}{2}\right) \tag{3.3}$$

(2.3) में $\beta=0$ रखने पर

$$\sum_{\gamma=0}^{\infty} \frac{(\lambda)_\gamma z^\gamma}{\gamma!} \Gamma_1\left(\lambda+\gamma, \gamma, 1-\gamma; x(z-1), \frac{(y-2)}{2}\right)$$

$$=(1-z)^{-\lambda} (1-x)^{-\lambda} \exp.\left(\frac{x(1-y)}{2}\right) \tag{3.4}$$

कृतज्ञता-ज्ञापन

लेखक शासकीय माडल साइन्स कालेज, रीवां के गणित के प्रोफेसर डा०बी०एम०एल० श्रीवास्तव का कृतज्ञ है जिन्होंने इस शोधपत्र की तैयारी में उसका मार्गदर्शन किया।

निर्देश

1. चांडी, टी० डब्लू०, Quart. J. Math (Oxford), 1943, 14, 55-78
2. एर्डेल्यी, ए०, Higher Trancendental Function, भाग I. मैकग्राहिल, न्यूयार्क 1953
3. रेनविले, ई० डी०, Special function, मैकमिलन न्यूयार्क, 1960
4. श्रीवास्तव, बी० एम०, पी-एच० डी० थीसिस, ए० पी० एस० यूनिवर्सिटी, रीवाँ
5. श्रीवास्तव, एच० एम० तथा जोशी, सी० एम०, मैथ जर्न०, 1967, 15

Vijnana Parishad Anusandhan Patrika, Vol. 35, No. 3, 1992

सम्पूर्ण दूरीक समष्टि में चार प्रतिचित्रणों हेतु स्थिर बिन्दु प्रमेय

सुशील शर्मा तथा रवि डावर
शासकीय स्नातकोत्तर महाविद्यालय, झाबुआ (म० प्र०)

[प्राप्त—जुलाई 13, 1991]

सारांश

प्रस्तुत प्रपत्र में हमने सम्पूर्ण दूरीक समष्टि में चार प्रतिचित्रणों हेतु चौरसिया[1] के प्रमेय को विस्तारित करते हुए प्रमेय प्रस्तुत किया है।

Abstract

Common fixed point theorem for four maps in complete metric space. *By* Sushil Sharma and Ravi Dawar, Department of Mathematics, Government P. G. College, Jhabua (M. P.).

In this paper we prove a theorem for four mappings in complete metric space. Our theorem is a generalization of Chourasia.

फिशर[8] ने निम्नलिखित प्रमेय सम्पूर्ण दूरीक समष्टि हेतु सिद्ध किया है—

प्रमेय A

सम्पूर्ण दूरीक समष्टि (x, d) में यदि दो स्वप्रतिचित्रण S एवं T हों तथा वे निम्नलिखित प्रतिबंध की तुष्टि करें

$$\{d(Sx, Ty)\}^2 \leqslant bd(x, Sx)\ d(y, Ty) + Cd(x, Ty)\ d(y, Sx) \tag{1}$$

सभी $x, y \in x$ के लिए जबकि, $0 \leqslant b < 1$ एवं $c \geqslant 0$ तब S और T का एक उभयनिष्ठ अद्वितीय स्थिर बिन्दु होता है।

अपरञ्च : यदि $0 \leqslant b, c < 1$ तब S और T प्रत्येक का एक-एक उभयनिष्ठ अद्वितीय स्थिर बिंदु होता है और ये दो बिंदु सम्पाती होते हैं।

राव तथा राव[4] ने उपर्युक्त परिणाम का विस्तार तीन प्रतिचित्रणों हेतु करते हुए निम्नलिखित प्रमेय प्रस्तुत किया है—

प्रमेय B

मानाकि (X, d) सम्पूर्ण दूरीक समष्टि है, माना $S, T,$ और $P : X \to X$ निम्नलिखित प्रतिबंध को सन्तुष्ट करते हैं।

$$[d(SPx, TPy)]^2 \leqslant a[d(x, y)]^2 + bd(X, SPx)\, d(y, TPy) + cd(x, TPy)\, d(y, SPx) \quad (2)$$

सभी $X, Y \in X$ के लिए, जहाँ $a, b, c \geqslant 0$ एवं $a+b<1$ तथा $a+c<1$.

अपरञ्च, कल्पित यदि $SP=PS$ अथवा $TP=PT$ तो S, T और P का X में एक अद्वितीय उभयनिष्ठ स्थिर बिन्दु होता है।

चौरसिया[1] ने निम्नलिखित प्रमेय सिद्ध किया है—

प्रमेय C

मानाकि (X, d) एक सम्पूर्ण दूरीक समष्टि है। मानाकि S, T और $P : X \to X$ निम्नलिखित प्रतिबंध की संतुष्टि करते हैं—

$$[d(SPx, TPy)]^2 \leqslant a[d(x, y)]^2 + bd(x, SPx)\, d(y, TPy) + cd(x, TPy)\, d(y, SPx) + d\, d(SPx, TPy)\, d(x, y) \quad (3)$$

सभी $x, y \in X$ के लिए जहाँ $a, b, c, d \geqslant 0$ जबकि $a+b+d<1$ एवं $a+c+d<1$.

अपरञ्च, कल्पित यदि $SP=PS$ अथवा $TP=PT$ तो S, T एवं P का X में एक अद्वितीय उभयनिष्ठ स्थिर बिन्दु होता है।

इस शोधपत्र में सम्पूर्ण दूरीक समष्टि में चार स्वप्रतिचित्रणों हेतु स्थिर बिन्दु प्रमेय सिद्ध किया गया है। हम निम्नलिखित को सिद्ध करेंगे :

प्रमेय

माना (X, d) एक सम्पूर्ण दूरीक समष्टि है, माना S, T, P एवं $Q : X \to X$ स्वप्रतिचित्रण निम्नलिखित प्रतिबन्ध की संतुष्टि करते हैं :

$$[d(STx, PQy)]^2 \leqslant \alpha[d(x, y)]^2+\beta\, d(x, STx)\, d(y, PTy) + \gamma\, d(x, PQy)\, d(y, STx) + \delta\, d(STx, PQy)\, d(x, y) \quad (1.1)$$

सभी $x, y, \in X$ के लिए जहाँ $\alpha+\beta+\gamma+\delta<1$ जबकि $\alpha, \beta, \gamma, \delta \geqslant 0$. यदि $ST=TS$ एवं $PQ=QP$ तो S, T, P एवं Q का एक अद्वितीय उभयनिष्ठ स्थिर बिन्दु होता है।

उपपत्ति

माना कि $x_0 \in X$. हम एक अनुक्रम $\{x_n\}$ इस प्रकार परिभाषित करते हैं,

$$x_{2n+1}=STx_n \quad : \quad n=0, 1, 2, \ldots\ldots$$

$$x_{2n} = STx_{2n-1} \; ; \quad n= 1, 2, \ldots\ldots$$

अब,

$$[d(x_{2n+1}, x_{2n})]^2=[d(STx_{2n}, PQx_{2n-1})]^2$$

$$\leqslant \alpha[(x_{2n}, x_{2n-1})]^2+\beta\, d(x_{2n}, x_{2n+1})\, d(x_{2n-1}, x_{2n}) + \gamma\, d(x_{2n}, x_{2n})\, d(x_{2n-1}, x_{2n+1}) + \delta\, d(x_{2n+1}. x_{2n})\, d(x_{2n}, x_{2n-1})$$

$$\leqslant \alpha[d(x_{2n}, x_{2n-1})]^2+(\beta+\delta) \left\{\frac{[d(x_{2n}, x_{2n+1})]^2+[d(x_{2n-1}, x_{2n})]^2}{2}\right\}$$

इस प्रकार

$$[d(x_{2n}, x_{2n+1})]^2 \leqslant \left(\frac{\alpha+(\beta+\delta)/2}{1-(\beta+\delta)/2}\right) [d(_{2n-1}, x_{2n})]^2$$

अर्थात्

$$d(x_{2n}, x_{2n+1}) \leqslant Kd(x_{2n-1}, x_{2n})$$

जबकि

$$K=\left(\frac{\alpha+(\beta+\delta)/2}{1-(\beta+\delta)/2}\right)^{1/2} <1$$

इसी प्रकार

$$d(x_{2n-1}, x_{2n}) \leqslant Kd(x_{2n-2}, x_{2n-1})$$

इसलिए $\{x_n\}$ समष्टि X में एक कोशी अनुक्रम है जैसा कि X एक सम्पूर्ण दूरीक समष्टि है अतः वहाँ $u \in X$ का अस्तित्व इस प्रकार हो कि $x_n \to u$ जबकि $n \to \infty$। (1.1) की सहायता से

$$[d(STu, x_{2n})]^2=[d(STu\, PQx_{2n-1})]^2$$

$$\leqslant \alpha[d(u, x_{2n-1})]^2 + \beta d(u, STu)\, d(x_{2n-1}, PQx_{2n-1})$$
$$+ \gamma d(u, PQx_{2n-1})\, d(STu, x_{2n-1})$$
$$+ \delta d(STu, PXx_{2n-1})\, d(u, x_{2n-1})$$

$n \to \infty$ लेने पर हम पाते हैं

$$[d(STu, u)]^2 \leqslant 0$$

अर्थात्

$$STu = u$$

इसी प्रकार

$[d(x_{2n+1}, PQu)]^2$ से हम (1.1) के द्वारा $n \to \infty$ लेने पर पाते हैं

अतः

$$PQu = u$$

$$STu = u = PQu \tag{1.2}$$

यह दर्शाता है कि ST एवं PQ का उभयनिष्ठ बिन्दु है।

यदि $ST = TS$ तब (1.1) से

$$[d(Su, u)]^2 = [d(SSTu, PQu)]^2 \leqslant \alpha\, [d(Su, u)]^2$$
$$+ \beta\, d(Su, Su)\, d(u, u)$$
$$+ \gamma\, d(u, Su)\, d(u, Su)$$
$$+ \delta\, d(Su, u)\, d(Su, u)$$

अर्थात्

$$(1 - \alpha - \gamma - \delta)\, [d(Su, u)]^2 \leqslant 0$$

जो कि सूचित करता है। $Su = u$। इसी प्रकार $Tu = u$

अतः

$$Su = u = Tu \tag{1.3}$$

इसी प्रकार $PQ = QP$ के लिए उपर्युक्त प्रकार से हम पाते हैं

$$Pu = u = Qu \tag{1.4}$$

(1.2), (1.3) एवं (1.4) से हम पाते हैं

$$Su = Tu = Pu = Qu = u$$

अर्थात् उभयनिष्ठ स्थिर बिन्दु $u \in X$ है।

उभयनिष्ठ बिन्दु की अद्वितीयता सुगमता से प्राप्त होती है।

अतः उपपत्ति पूर्ण हुई।

कृतज्ञता-ज्ञापन

लेखकद्वय श्री के० पी० आर० राव, आन्ध्रप्रदेश विश्वविद्यालय स्नातकोत्तर केन्द्र (अनुप्रयुक्त गणित) के आभारी हैं जिन्होंने प्रस्तुत प्रपत्र लेखन में मार्गदर्शन किया।

निर्देश

1. चौरसिया, जी०, Math. Edu. 1991, XXV (1), 34-36.
2. डावर, आर० तथा शर्मा, एस०, विज्ञान परिषद अनु० पत्रिका, 1991, 34 (1-2), 41-43.
3. फिशर, बी०, Math. sem. Notes, Kobe Univ. 1977, 5, 319.
4. राव, आई० एच० एन० तथा राव, के० पी० आर०, Cat, Math. Soc. 1984, 76, 228-30.
5. सिंह, एस० एल० तथा राव, के० पी० आर०, Ind. J. Math., 1989, 31(3), 215-223.

लेखकों से निवेदन

1. विज्ञान परिषद् अनुसन्धान पत्रिका में वे ही अनुसन्धान लेख छापे जा सकेंगे, जो अन्यत्र न तो छपे हों और न आगे छापे जायँ । प्रत्येक लेखक से इस सहयोग की आशा की जाती है कि इसमें प्रकाशित लेखों का स्तर वही हो जो किसी राष्ट्र की वैज्ञानिक अनुसन्धान पत्रिका का होना चाहिये ।

2. लेख नागरी लिपि और हिन्दी भाषा में पृष्ठ के एक ओर ही सुस्पष्ट अक्षरों में लिखे अथवा टाइप किये आने चाहिये तथा पंक्तियों के बीच में पार्श्व संशोधन के लिये उचित रिक्त स्थान होना चाहिए ।

3. अंगेजी में भेजे गये लेखों के अनुवाद का भी कार्यालय में प्रबन्ध है । इस अनुवाद के लिये तीन रुपये प्रति मुद्रित पृष्ठ के हिसाब से पारिश्रमिक लेखक को देना होगा ।

4. लेखों में साधारणतया यूरोपीय अक्षरों के साथ रोमन अंकों का व्यवहार भी किया जा सकेगा, जैसे $(K_4FeCN)_6$ अथवा $\alpha\beta_1\gamma^4$ इत्यादि । रेखाचित्रों या ग्राफों पर रोमन अंकों का भी प्रयोग हो सकता है ।

5. ग्राफों और चित्रों में नागरी लिपि में दिये आदेशों के साथ यूरोपीय भाषा में भी आदेश दे देना अनुचित न होगा ।

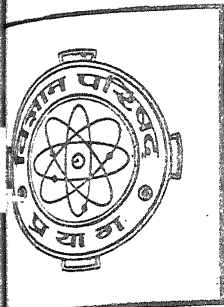
6. प्रत्येक लेख के साथ हिन्दी में और अँग्रेजी में एक संक्षिप्त सारांश (Summary) भी आना चाहिये । अंगेजी में दिया गया यह सारांश इतना स्पष्ट होना चाहिये कि विदेशी संक्षिप्तियों (Abstract) में इनसे सहायता ली जा सकेंगे ।

7. प्रकाशनार्थ चित्र काली इंडिया स्याही से ब्रिस्टल बोर्ड कागज पर बने आने चाहिये । इस पर अंक और अक्षर पेन्सिल से लिखे होने चाहिये । जितने आकार का चित्र छापना है, उसके दूगुने आकार के चित्र तैयार होकर आने चाहिये । चित्रों को कार्यालय में भी आर्टिस्ट से तैयार कराया जा सकता है, पर उसका पारिश्रमिक लेखक को देना होगा । चौथाई मूल्य पर चित्रों के ब्लाक लेखकों के हाथ बेचे भी जा सकेंगे ।

8. लेखों में निर्देश (Reference) लेख के अन्त में दिये जायँगे ।
पहले व्यक्तियों के नाम, जर्नल का संक्षिप्त नाम, फिर वर्ष, फिर भाग (Volume) और अन्त में पृष्ठ संख्या । निम्न प्रकार से—

फॉवेल, आर० आर० और म्युलर, जे०, जाइट फिजिक० केमि०, 1928, 150, 80 ।

9. प्रत्येक लेख के 50 पुनर्मुद्रण (रिप्रिन्ट) मूल्य दिये जाने पर उपलब्ध हो सकेंगे ।

10. लेख "सम्पादक, विज्ञान परिषद् अनुसन्धान पत्रिका, विज्ञान परिषद्, महर्षि दयानन्द मार्ग, इलाहाबाद-2" इस पते पर आने चाहिये । आलोचक की सम्मति प्राप्त करके लेख प्रकाशित किये जाएँगे ।

प्रबंध सम्पादक

VIJNANA PARISHAD ANUSANDHAN PATRIKA

THE RESEARCH JOURNAL OF THE HINDI SCIENCE ACADEMY

विज्ञान परिषद् अनुसन्धान पत्रिका

Vol. 35 October 1992 No. 4

[कौंसिल आफ साइंस एण्ड टेकनॉलाजी उत्तर प्रदेश तथा कौंसिल आफ साइंटिफिक एण्ड इण्डस्ट्रियल रिसर्च नई दिल्ली के आर्थिक अनुदान द्वारा प्रकाशित]